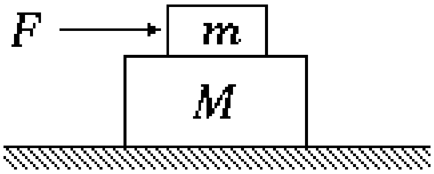


4.1 Due blocchi di massa m = 720 g e M = 2.5 kg sono posti uno sull'altro e sono in moto sopra un piano orizzontale, scabro. La massima forza che può essere applicata sul blocco superiore affinchè i blocchi si muovano assieme è F = 3 N e tale forza produce un'accelerazione a = 0.3 m/s^2. Determinare a) il coefficiente d'attrito statico μ_s fra i due blocchi; b) il coefficiente di attrito dinamico μ_k fra il blocco inferiore e il piano. [μ_s = 0.395, μ_k = 0.064]

$m0 := 0.72 \cdot kg$ $\qquad M := 2.5 \cdot kg$

$F := 3.0 \cdot newton$ $\qquad a := 0.3 \cdot m \cdot sec^{-2}$

Considero prima il blocco superiore: la sua accelerazione "a" è dovuta alla forza esterna F e alla forza di attrito statico Fs ad esso applicata dal blocco inferiore. Fs è di attrito statico perchè i due blocchi sono fissi uno rispetto all'altro. Allora:

$F - Fs = m0 \cdot a$ $\qquad Fs = \mu s \cdot m0 \cdot g$

$F - \mu s \cdot m0 \cdot g = m0 \cdot a$ $\qquad \mu s := \dfrac{(F - m0 \cdot a)}{(m0 \cdot g)}$ $\qquad \mu s = 0.394$

$Fs := \mu s \cdot m0 \cdot g$ $\qquad Fs = 2.784 \cdot newton$

Sul blocco inferiore invece agiscono la forza di attrito statico Fs dovuta al blocco superiore che, per la terza legge 'e uguale e contraria alla precedente e la forza di attrito dinamico Fk dovuta al piano. Allora:

$Fs - Fk = M \cdot a$ $\qquad Fk = \mu k \cdot (M + m0) \cdot g$

$\mu s \cdot m0 \cdot g - \mu k \cdot (M + m0) \cdot g = M \cdot a$ $\qquad \mu k := \dfrac{\mu s \cdot m0 \cdot g - M \cdot a}{g \cdot (M + m0)}$ $\qquad \mu k = 0.064$

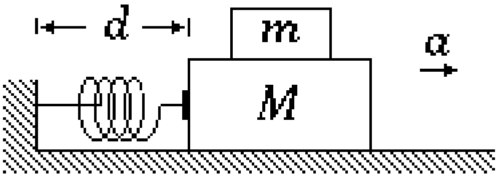
$Fk := \mu k \cdot (M + m0) \cdot g$ $\qquad Fk = 2.034 \cdot newton$

In alternativa si può procedere anche in questo modo: considero dapprima le due masse come un unico corpo di massa M + m0 sottoposto alla forza esterna F e all'attrito dinamico Fk. Allora:

$F - Fk = (M + m0) \cdot a$ $\qquad Fk = \mu k \cdot (M + m0) \cdot g$

$F - \mu k \cdot (M + m0) \cdot g = (M + m0) \cdot a$ $\qquad \mu k := \dfrac{F - (M + m0) \cdot a}{(M + m0) \cdot g}$ $\qquad \mu k = 0.064$

A questo punto μs si ricava come prima.



4.2 Due blocchi di massa m = 120 g e M = 1.75 kg sono posti uno sull'altro sopra un piano orizzontale e il blocco inferiore è collegato ad una molla di costante elastica k = 12 N/m. I coefficienti d'attrito statico e dinamico fra i due blocchi e fra il blocco inferiore e il piano sono μ_s = 0.450 e μ_k = 0.275. Mentre una forza esterna tiene fermi i due blocchi, la molla viene lentamente compressa di una quantità d e poi i blocchi sono lasciati liberi di muoversi. Calcolare l'accelerazione iniziale di ciascuno dei due blocchi nel caso che sia 1) d = 50 cm; 2) d = 75 cm. [a = 0, a = 2.12 m/s^2]

$m0 := 0.120 \cdot kg$ $\quad M := 1.75 \cdot kg$ $\quad \mu s := 0.45$

$k := 12 \cdot newton \cdot m^{-1}$ $\quad d1 := 50 \cdot cm$

$d2 := 75 \cdot cm$ $\quad \mu k := 0.275$

Consideriamo il blocco inferiore. La forza della molla nei due casi 1) e 2) e la massima forza di attrito statico sono:

$F1 := k \cdot d1$ $\qquad F1 = 6.000 \cdot newton$

$F2 := k \cdot d2$ $\qquad F2 = 9.000 \cdot newton$

$Fs := \mu s \cdot (M + m0) \cdot g$ $\qquad Fs = 8.252 \cdot newton$

Risulta quindi che nel caso 1) la forza della molla è inferiore alla massima forza di attrito statico e quindi il blocco inferiore non si muove. Allora anche il blocco superiore sarà fermo. Nel caso 2) invece la forza della molla è superiore alla massima forza di attrito statico e il blocco inferiore si mette in moto.
Per quanto riguarda il blocco superiore possono verificarsi due casi: se la forza di attrito statico fra i due blocchi è sufficientemente grande, essi si muoveranno insieme, altrimenti il blocco superiore scivolerà all'indietro sull'altro.

Supponiamo che i due blocchi si muovano insieme. Considerandoli come un unico corpo posso calcolare l'accelerazione comune:

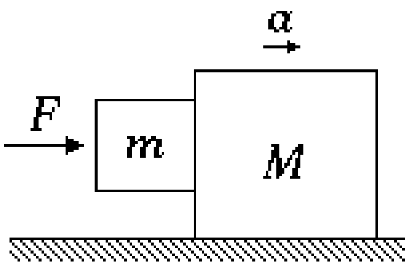
$F2 - Fk = (M + m0) \cdot a$ $\qquad Fk := \mu k \cdot (M + m0) \cdot g$ $\qquad Fk = 5.043 \cdot newton$

$$a := \frac{(F2 - Fk)}{(M + m0)} \qquad a = 2.116 \cdot m \cdot sec^{-2}$$

Verifichiamo ora che la forza d'attrito necessaria ad imprimere al blocco superiore questa accelerazione è minore della massima forza di attrito statico.

$F := m0 \cdot a$ $\qquad Fs := \mu s \cdot m0 \cdot g$ $\qquad F = 0.254 \cdot newton$

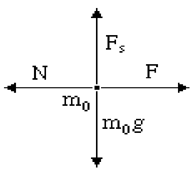
Quindi nel caso 2) i due blocchi restano effettivamente uniti. $\qquad Fs = 0.530 \cdot newton$

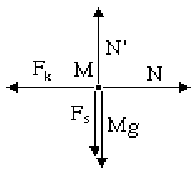


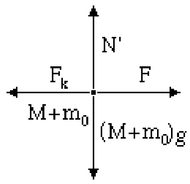
4.3 I due blocchi in figura hanno massa m = 120 g e M = 1.75 kg e non sono collegati fra di loro. Il coefficiente di attrito statico fra di essi è μ_s = 0.38 mentre il coefficiente di attrito dinamico fra il piano e il blocco M è μ_k= 0.12. Una forza orizzontale agisce sul blocco m come indicato. Calcolare a) il valore minimo della forza F necessaria per impedire che m cada e b) l'accelerazione corrispondente dei due blocchi. [F = 3.16 N, a = 0.512 m/s^2]

$m0 := 120 \cdot gm$ $\qquad$ $M := 1.75 \cdot kg$

$\mu s := 0.38$ $\qquad$ $\mu k := 0.12$







Considero dapprima il diagramma delle forze agenti sul blocco "m".
Detta "a" l'accelerazione comune dei due blocchi abbiamo:

$Fs - m0 \cdot g = 0$ $\qquad$ $Fs = \mu s \cdot N$ $\qquad$ $F - N = m0 \cdot a$

Ricavo N dalle prime due relazioni e sostituisco nella terza:

$m0 \cdot g = \mu s \cdot N$ $\qquad$ $N := \dfrac{m0 \cdot g}{\mu s}$ $\qquad$ $F - \dfrac{m0 \cdot g}{\mu s} = m0 \cdot a$

$$F = \frac{m0 \cdot g}{\mu s} + m0 \cdot a$$

Ho un'equazione con due incognite. Per trovare un'altra relazione ho due possibilità:
prima possibilità: considero il moto dei due blocchi come un unico corpo. Allora:

$F - Fk = (m0 + M) \cdot a$ $\qquad$ $Fk = \mu k \cdot (m0 + M) \cdot g$

$$F = \mu k \cdot (m0 + M) \cdot g + (m0 + M) \cdot a$$

Per risolvere il sistema uguaglio le due espressioni di F e trovo "a":

$$\frac{m0 \cdot g}{\mu s} + m0 \cdot a = \mu k \cdot (m0 + M) \cdot g + (m0 + M) \cdot a$$

$$a := \frac{m0 \cdot g}{M \cdot \mu s} - \frac{\mu k \cdot g \cdot m0}{M} - \mu k \cdot g \qquad a = 0.512 \cdot m \cdot sec^{-2}$$

Sostituendo nella prima delle due espressioni di F trovo:

$$F := \frac{m0 \cdot g}{\mu s} + m0 \cdot a \qquad F = 3.158 \cdot newton$$

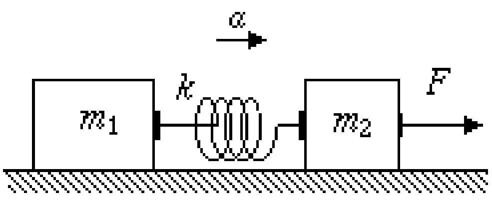
La seconda possibilità è trovare "a" considerando il diagramma delle forze agenti su M:

$Nv - Fs - M \cdot g = 0$ $\qquad$ $Fk = \mu k \cdot Nv$ $\qquad$ $N - Fk = M \cdot a$

$Nv := m0 \cdot g + M \cdot g$ $\qquad$ $Fk := \mu k \cdot g \cdot (m0 + M)$

$$\frac{m0 \cdot g}{\mu s} - \mu k \cdot g \cdot (m0 + M) = M \cdot a \qquad a := \frac{m0 \cdot g}{M \cdot \mu s} - \frac{\mu k \cdot g \cdot (m0 + M)}{M} \qquad a = 0.512 \cdot m \cdot sec^{-2}$$

e F si calcola come in precedenza.



4.4 Due blocchi di masse m_1 = 900 g e m_2 = 250 g, collegati da una molla di costante elastica k = 30 N/m e lunghezza a riposo l = 8 cm sono in moto con accelerazione costante a = 0.2 m/s su di un piano orizzontale, sotto l'effetto di una forza esterna F applicata alla massa m_2. Sapendo che il coefficiente d'attrito dinamico fra blocchi e il piano è μ_k= 0.11, calcolare 1) il modulo della forza F applicata; 2) la lunghezza della molla [F = 1.47 N; x = 11.8 cm].

$m1 := 900 \cdot gm$ $\quad m2 := 250 \cdot gm$ $\quad l := 8 \cdot cm$

$k := 30 \cdot newton \cdot m^{-1}$ $\quad \mu k := 0.11$ $\quad a := 0.2 \cdot m \cdot sec^{-2}$

Sulla massa 1 agiscono la forza d'attrito dinamico e la forza della molla. Sulla massa due agiscono la molla, l'attrito e la forza esterna F. detta x la lunghezza della molla:

$f1k := m1 \cdot g \cdot \mu k$ $\qquad f1k = 0.971 \cdot newton$

$f2k := m2 \cdot g \cdot \mu k$ $\qquad f2k = 0.270 \cdot newton$

$k \cdot (x - l) - f1k = m1 \cdot a$

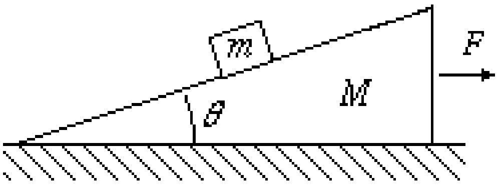
$F - f2k - k \cdot (x - l) = m2 \cdot a$

Si tratta di un sistema di due equazioni nelle due incognite F e x. Sommando le due equazioni::

$f1k + F - f2k = (m1 + m2) \cdot a$ $\qquad F := f1k + f2k + (m1 + m2) \cdot a$ $\qquad F = 1.471 \cdot newton$

e poi dalla prima:

$k \cdot (x - l) - f1k = m1 \cdot a$ $\qquad x := l + \dfrac{f1k + m1 \cdot a}{k}$ $\qquad x = 0.118 \cdot m$



4.5 Un blocco di massa m = 200 g è posto su un cuneo di massa M = 2.5 kg la cui superficie inclinata forma un angolo θ = 20° con l'orizzontale. Il coefficiente d'attrito statico fra la superficie del cuneo e il blocco è μ_s = 0.4. Il cuneo è immobile su un piano orizzontale senza attrito e a partire da un certo istante a esso è applicata una forza orizzontale F che lo trascina verso destra. Calcolare 1) la massima forza F che si può applicare al cuneo in modo che il blocco si muova insieme ad esso, senza scivolare all'indietro sul piano inclinato; 2) l'accelerazione da essa prodotta.

$m0 := 200 \cdot gm$ $\qquad$ $M := 2.5 \cdot kg$

$\theta := 20 \cdot deg$ $\qquad$ $\mu s := 0.40$

Il blocco sul cuneo e' sottoposto alle forze di attrito statico Fs, alla fornza normale N e al suo peso. La sua accelerazione "a" e' orizzontale. Allora, utilizzando un sistema di riferimento con l'asse x orizzontale e y verso l'alto:

$$Fs \cdot \cos(\theta) - N \cdot \sin(\theta) = m0 \cdot a$$

$$N \cdot \cos(\theta) + Fs \cdot \sin(\theta) - m0 \cdot g = 0$$

$$Fs = \mu s \cdot N$$

E' un sistema di tre equazioni in tre incognite, Fs, N e "a". Per risolvere sostituisco la 3 nelle 1 e 2 e trovo:

$$\mu s \cdot N \cdot \cos(\theta) - N \cdot \sin(\theta) = m0 \cdot a$$

$$N \cdot \cos(\theta) + \mu s \cdot N \cdot \sin(\theta) - m0 \cdot g = 0$$

Dalla seconda di queste due trovo N e poi sostituendo trovo Fs e "a":

$$N := \frac{m0 \cdot g}{\cos(\theta) + \mu s \cdot \sin(\theta)} \qquad N = 1.822 \cdot newton$$

$$Fs := \mu s \cdot N \qquad Fs = 0.729 \cdot newton$$

$$a := \frac{\mu s \cdot N \cdot \cos(\theta) - N \cdot \sin(\theta)}{m0} \qquad a = 0.308 \cdot m \cdot sec^{-2}$$

Questa sara' anche l'accelerazione del cuneo. Il cuneo e il blocco si muovono solidali sotto l'effetto della forza F. Allora la forza si trova dalla

$$F := (M + m0) \cdot a \qquad F = 0.833 \cdot newton$$