Sessione ordinaria 2007

Seconda prova scritta

M970 - ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO PER GEOMETRI

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: GEOMETRI

Tema di: TOPOGRAFIA

Dovendosi realizzare lavori di natura planimetrica (frazionamenti) ed altimetrica (spianamenti) in un terreno ABCDEFGA, i cui vertici si susseguono in senso orario, sono stati misurati tutti i lati, alcuni angoli interni del terreno, in quanto non tutti i vertici risultano reciprocamente visibili, ed alcune quote. I risultati del rilievo sono riportati nella seguente tabella:

LATI	(metri)	ANGOLI	(gon)	QUOTE	(metri)
AB=	527,321	EAB=	92,3258	del vertice A	601,454
BC=	358,396	AED=	58,3215	del vertice E	619,327
CD=	456,321	GFE=	135,2215	del vertice F	605,327
DE=	495,398	BCD=	85,3215	del vertice G	590,328
EF=	402,528				
FG=	597,421				
GA=	728,429				

Il candidato:

1. Calcoli le coordinate dei vertici del terreno rispetto ad un sistema di assi cartesiani che ha origine in E e semiasse positivo delle Y passante per il vertice A

2. Frazioni il terreno ABCDEA, di eguale valore in tutta la sua estensione, in tre parti, S_1, S_2, S_3, rispettivamente proporzionali ai numeri m= 1, n= 2, p= 3, con dividenti paralleli al lato AE, sapendo che S_1 deve contenere il lato EA ed S_3 il vertice C

3. Progetti la sistemazione altimetrica del terreno AEFGA, formato dalle falde triangolari AEG ed EFG, con uno spianamento orizzontale di compenso, determinando i relativi volumi di scavo e di riporto

4. Nell'ipotesi di voler realizzare del territorio una carta in scala 1:500 e si stabilisca:
   - di effettuare il volo per la presa dei fotogrammi secondo parallele all'asse delle x
   - il tempo di esposizione dell'obiettivo, pari a 0,001 secondi
   - un trascinamento massimo di 0,03 millimetri
   - una sovrapposizione longitudinale tra i fotogrammi di una stessa strisciata del 60%
   - una sovrapposizione trasversale tra due strisciate consecutive del 20%
   - l'utilizzo di una camera da presa grandangolare, con distanza principale di 153,000 millimetri
   - il formato dei fotogrammi 230 x 230 millimetri,

M970 - ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO PER GEOMETRI

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: GEOMETRI

Tema di: TOPOGRAFIA

calcoli:

1. La quota media del volo, la velocità massima che potrà tenere l'aereo ed il corrispondente intervallo di tempo tra due scatti successivi
2. Il numero delle strisciate, quello dei fotogrammi per ciascuna strisciata e quello complessivo.

5. Alleghi i seguenti disegni in scala opportuna:
   - Esplicazione grafica del frazionamento del terreno ABCDEA
   - Il piano quotato del terreno AEFGA, evidenziando la parte di scavo da quella di riporto
   - Il grafico del piano di volo.

La seconda prova scritta dell'esame di stato 2007

Indirizzo: GEOMETRI

Tema di TOPOGRAFIA

1. Determinazione delle coordinate dei vertici dell'appezzamento

Si comincia con la risoluzione del triangolo BCD, del quale si conoscono due lati e l'angolo compreso[1]:

$$\overline{BD} = \sqrt{\overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{CD} \cdot \cos BCD} = 511{,}788\ \text{m}$$

$$BDC = \arccos \frac{\overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 - \overline{BC}^2}{2 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{CD}} = 47{,}7562\ \text{gon}$$

$DBC = 200 - (BDC + BCD) = 66{,}9223\ \text{gon}$

Per risolvere il quadrilatero ABDE si conoscono ora tre lati e i due angoli non compresi, per cui conviene mandare da B e D le perpendicolari ad AE fino ai punti K e H, e da D la perpendicolare al lato BK (vedi figura 1).

Triangolo rettangolo EHD:

$$\overline{EH} = \overline{ED} \cdot \cos AED = 301{,}652\ \text{m}$$

$$\overline{HD} = \overline{ED} \cdot \text{sen}\ AED = 392{,}970\ \text{m}$$

Triangolo rettangolo AKB:

$$\overline{AK} = \overline{AB} \cdot \cos EAB = 63{,}413\ \text{m}$$

$$\overline{KB} = \overline{AB} \cdot \text{sen}\ EAB = 523{,}494\ \text{m}$$

Triangolo rettangolo BLD:

$$\overline{LB} = \overline{KB} - \overline{HD} = 130{,}525\ \text{m}$$

$$\overline{LD} = \sqrt{\overline{BD}^2 - \overline{LB}^2} = 494{,}864\text{m}$$

$$KBD = \arccos \frac{\overline{LB}}{\overline{BD}} = 83{,}5825\ \text{gon}$$

$$\overline{EA} = \overline{AK} + \overline{LD} + \overline{HE} = 859{,}929\ \text{m}$$

Passiamo ora al triangolo GFE, di cui si conoscono 2 lati ed un angolo (si noti che, essendo l'angolo noto ottuso, si può in questo caso applicare il teorema dei seni per determinare gli altri angoli incogniti):

$$\overline{GE} = \sqrt{\overline{GF}^2 + \overline{EF}^2 - 2 \cdot \overline{GF} \cdot \overline{EF} \cdot \cos GFE} = 878{,}445\ \text{m}$$

$$FEG = \text{arcsen} \frac{\overline{FG} \cdot \text{sen}\ GFE}{\overline{GE}} = 39{,}2826\ \text{gon}$$

Infine, consideriamo il triangolo GEA, del quale sono noti i tre lati:

---

[1] Si trascura l'orientamento nell'indicazione degli angoli, non essendo stata considerata nel testo.

$$\text{GEA} = \arccos\frac{\overline{\text{EG}}^2 + \overline{\text{EA}}^2 - \overline{\text{AG}}^2}{2 \cdot \overline{\text{EG}} \cdot \overline{\text{EA}}} = 55{,}0361 \text{ gon}$$

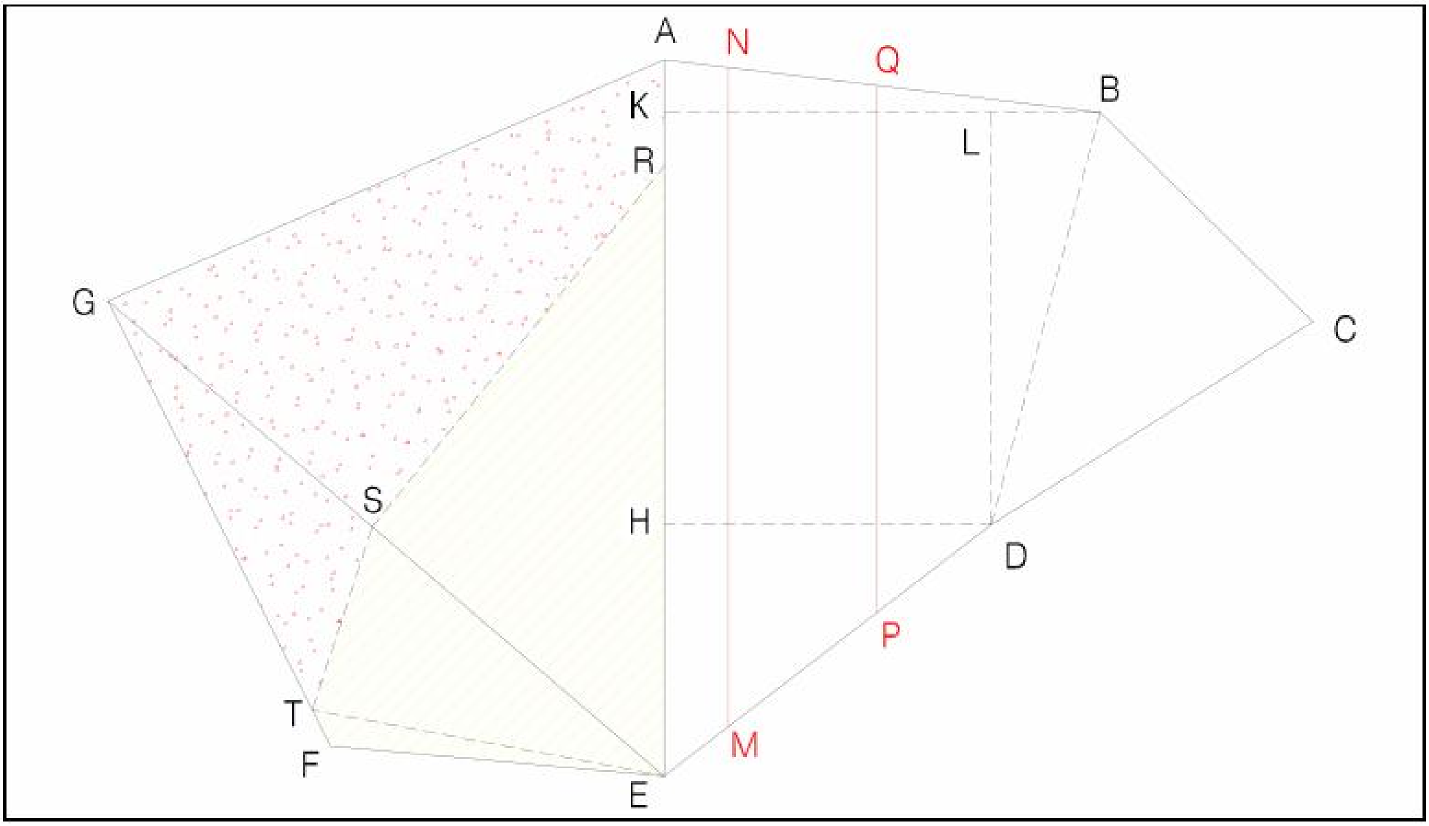

Fig. 1

$$\text{GAE} = \arccos\frac{\overline{\text{GA}}^2 + \overline{\text{EA}}^2 - \overline{\text{EG}}^2}{2 \cdot \overline{\text{GA}} \cdot \overline{\text{EA}}} = 73{,}9514 \text{ gon}$$

$$\text{AGE} = 200 - (\text{GEA} + \text{GAE}) = 71{,}0125 \text{ gon}$$

Per calcolare le coordinate dei vertici si calcolano preliminarmente gli azimut:

$$\vartheta_{\text{AB}} = 200 - \text{EAB} = 107{,}6742 \text{ gon}$$

$$\vartheta_{\text{BC}} = \vartheta_{\text{BA}} - \text{ABC} = \vartheta_{\text{AB}} + 200 - \text{ABC} = 149{,}4950 \text{ gon}$$

essendo: $\text{ABK} = \arccos\frac{\overline{\text{BK}}}{\overline{\text{AB}}} = 7{,}6744 \text{ gon}$ e $\text{ABC} = \text{ABK} + \text{KBD} + \text{DBC} = 158{,}1792 \text{ gon}$

$$\vartheta_{\text{ED}} = \text{AED} = 58{,}3215 \text{ gon}$$

$$\vartheta_{\text{AG}} = 200 + \text{GAE} = 273{,}9514 \text{ gon}$$

$$\vartheta_{\text{EF}} = 400 - \text{GEA} - \text{FEG} = 305{,}6813 \text{ gon}$$

Le coordinate planimetriche dei vertici valgono pertanto:

$$\begin{cases} x_B = \overline{KB} = 523{,}494 \text{ m} \\ y_B = y_A - \overline{AK} = 796{,}516 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_C = x_B + \overline{BC} \cdot \text{sen}\, \vartheta_{BC} = 778{,}920 \text{ m} \\ y_C = y_B + \overline{BC} \cdot \cos \vartheta_{BC} = 545{,}109 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_D = \overline{HD} = 392{,}970 \text{ m} \\ y_D = \overline{EH} = 301{,}652 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_F = \overline{EF} \cdot \text{sen}\, \vartheta_{EF} = -400{,}926 \text{ m} \\ y_F = \overline{EF} \cdot \cos \vartheta_{EF} = 35{,}875 \text{ m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_G = \overline{AG} \cdot \text{sen}\, \vartheta_{AG} = -668{,}298 \text{ m} \\ y_G = y_A + \overline{AG} \cdot \cos \vartheta_{AG} = 570{,}125 \text{ m} \end{cases}$$

2. Frazionamento dell'appezzamento AEFGA

Essendo note le coordinate dei vertici, è conveniente applicare la formula di Gauss per determinare l'area:

$$\text{A} = \text{A(ABCDEA)} = \frac{1}{2}\left[x_B \cdot (y_A - y_C) + x_C \cdot (y_B - y_D) + x_D \cdot y_C\right] = 382.238{,}3 \text{ m}^2$$

Le aree delle tre superfici derivate sono pertanto:

$A_1 = A / 6 = 63.706{,}4 \text{ m}^2$

$A_2 = 2\ A_1 = 127.412{,}8 \text{ m}^2$

$A_3 = 3\ A_1 = 191.119{,}2 \text{ m}^2$

Si applica ora il problema del trapezio per le due nuove dividenti, verificando però che la loro posizione sia contenuta all'interno dei lati ED e AB:

$$\overline{MN} = \sqrt{\overline{AE}^2 - 2 \cdot A_1 \cdot (\cot \text{EAB} + \cot \text{AED})} = 791{,}353 \text{ m}$$

L'altezza del primo trapezio e le lunghezze degli estremi della nuova dividente dai vertici A ed E sono:

$$h_1 = \frac{2 \cdot A_1}{\overline{AE} + \overline{MN}} = 77{,}160 \text{ m}; \quad \overline{EM} = \frac{h_1}{\text{sen AED}} = 97{,}272 \text{ m}; \quad \overline{AN} = \frac{h_1}{\text{sen EAB}} = 77{,}724 \text{ m}$$

Per determinare la seconda dividente, è sufficiente ripetere il procedimento sopra indicato, considerando il trapezio AQPE, la cui area A_1+A_2 è uguale ad A_3:

$$\overline{PQ} = \sqrt{\overline{AE}^2 - 2 \cdot A_3 \cdot (\cot EAB + \cot AED)} = 632{,}267 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{2 \cdot A_3}{\overline{AE} + \overline{PQ}} = 256{,}158 \text{ m}\,; \quad \overline{EP} = \frac{h_2}{\text{sen } AED} = 322{,}926 \text{ m} < \overline{ED}\,; \overline{AQ} = \frac{h_2}{\text{sen } EAB} = 258{,}030 \text{ m} < \overline{AB}$$

3. Spianamento dell'appezzamento AEFGA

Per determinare la quota di progetto, calcoliamo il volume fittizio di terreno delimitato dalle due falde AEG e EFG ed un piano di riferimento assunto a quota 590 m:

$$V_f = A(AGE) \cdot \frac{11{,}454 + 29{,}327 + 0{,}328}{3} + A(GFE) \cdot \frac{0{,}328 + 29{,}327 + 15{,}327}{3} = 5.471.392 \text{ m}^3$$

essendo le aree delle due falde pari a:

$$A(AGE) = \frac{1}{2}\, y_A \cdot x_G = 287.344{,}4 \text{ m}^2 \quad ; \; A(EFG) = \frac{1}{2}\, \overline{FG} \cdot \overline{FE} \cdot \text{sen } GFE = 102.301{,}7 \text{ m}^2$$

L'altezza di progetto h si determina quindi dividendo il volume fittizio per l'area dell'appezzamento, ipotizzando nullo l'aumento di volume di scavo.

$$h = \frac{V_f}{A(AEFG)} = 14{,}042 \text{ m} \quad ; \; q = 590 + h = 604{,}042 \text{ m}$$

Eseguendo la differenza tra quota di progetto e quote del terreno si determinano le quote rosse:

$r_A = q - Q_A = 2{,}588$ m ; $r_E = q - Q_E = -15{,}285$ m

$r_F = q - Q_F = -1{,}285$ m ; $r_G = q - Q_G = 13{,}714$ m

I punti di passaggio R, S e T si trovano in corrispondenza dei lati con alternanza di segno nelle quote rosse:

$$\overline{ER} = \overline{EA} \cdot \frac{|r_E|}{|r_E| + r_A} = 735{,}411 \text{ m}$$

$$\overline{ES} = \overline{EG} \cdot \frac{|r_E|}{|r_E| + r_G} = 463{,}017 \text{ m}$$

$$\overline{FT} = \overline{FG} \cdot \frac{|r_F|}{|r_F| + r_G} = 51{,}183 \text{ m}$$

Per calcolare il volume di sterro si dovrà suddividere la falda ESTF in due triangoli (è indifferente una diagonale oppure l'altra), calcolandone l'area:

$$\overline{ET} = \sqrt{\overline{EF}^2 + \overline{FT}^2 - 2 \cdot \overline{EF} \cdot \overline{FT} \cdot \cos GFE} = 431{,}625 \text{ m}$$

$$TEF = \operatorname{arcsen} \frac{\overline{FT} \cdot \operatorname{sen} GFE}{\overline{ET}} = 6{,}4339 \text{ gon}$$

$$TES = FEG - TEF = 32{,}8487 \text{ gon}$$

$$A(FET) = \frac{1}{2} \overline{FE} \cdot \overline{ET} \cdot \operatorname{sen} TEF = 8.764{,}5 \text{ m}^2$$

$$A(TES) = \frac{1}{2} \overline{ES} \cdot \overline{ET} \cdot \operatorname{sen} TES = 49.302{,}2 \text{ m}^2$$

$$A(ESR) = \frac{1}{2} \overline{ES} \cdot \overline{ER} \cdot \operatorname{sen} GEA = 129.524{,}8 \text{ m}^2$$

Possiamo finalmente calcolare il volume di sterro, che naturalmente corrisponderà al volume di riporto, trattandosi di spianamento di compenso:

$$V_{st} = A(FET) \cdot \frac{r_F + r_E}{3} + A(TES) \cdot \frac{r_E}{3} + A(ESR) \cdot \frac{r_E}{3} = 959.533 \text{ m}^3$$

4. Piano di volo aerofotogrammetrico

Determiniamo anzitutto la scala media del fotogramma, che può essere orientativamente fornita dalla seguente formula empirica:

$$n_f = 200\sqrt{n_c} = 200\sqrt{500} \cong 4.500$$

Assumiamo pertanto per scala media dei fotogrammi il valore 1:4.500. La quota media di volo risulta quindi, dato che la distanza principale p della fotocamera è nota:

$$q = 4.500 \times p = 4.500 \times 0{,}153 = 688{,}5 \text{ m}$$

La velocità massima del velivolo può essere determinata considerando il trascinamento ammesso τ di 0,03 mm:

$$v_{max} \cdot t_E = \tau \cdot n_f \quad \Rightarrow \quad v_{max} = \frac{\tau \cdot n_f}{t_E} = \frac{0{,}03}{1.000} \cdot \frac{4.500}{1/1.000} = 135 \text{ m/s} = 486 \text{ km/h}$$

La larghezza di ripresa e la distanza tra una ripresa e la successiva valgono:

$$L = \ell \cdot n_f = 1.035 \text{ m} \quad ; \quad b = (1 - \eta_l) \cdot L = 414 \text{ m}$$

Assumendo quindi una velocità di 450 km/h, l'intervallo di scatto tra un fotogramma ed il successivo vale:

$$\Delta t = \frac{b}{v} = \frac{414}{450/3{,}6} = 3{,}3 \text{ s}$$

Per determinare il numero di fotogrammi per effettuare una strisciata, osserviamo che la distanza massima lungo x dell'appezzamento vale $x_C - x_G$ = 1.447 m. Indicato con n il numero di fotogrammi per strisciata, si ha la seguente equazione che fornisce la lunghezza di ricoprimento stereoscopico:

$$Lx = \eta_l \times L + (n\text{-}2)\, b \quad \rightarrow \quad n = (1.447\text{-}621)/414 + 2 = 4{,}00 \rightarrow 5$$

Pur essendo sufficienti 4 fotogrammi per strisciata, si ritiene cautelativo eseguirne 5.
Un'unica strisciata è sufficiente a rilevare la larghezza dell'appezzamento, pari a y_A.
Il numero totale dei fotogrammi necessari è pertanto pari a 5×1 = 5 (fig. 2).