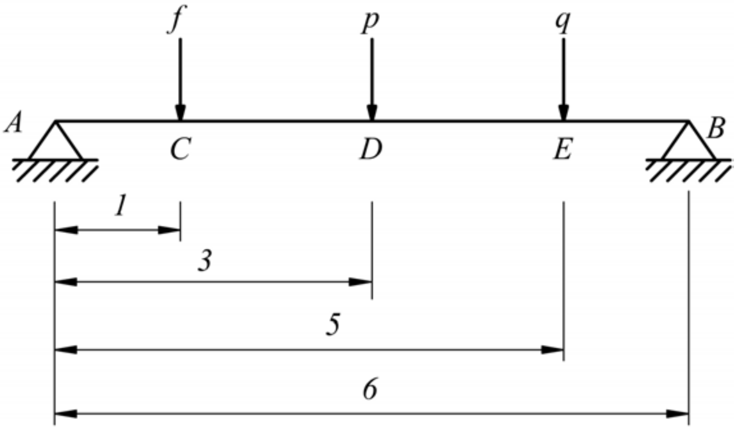
Esercizio no.1 *soluzione a pag.3*

Dimensionare la trave indicata in figura, dove le distanze sono espresse in metri, ipotizzando di usare un profilato IPN in Fe390 .

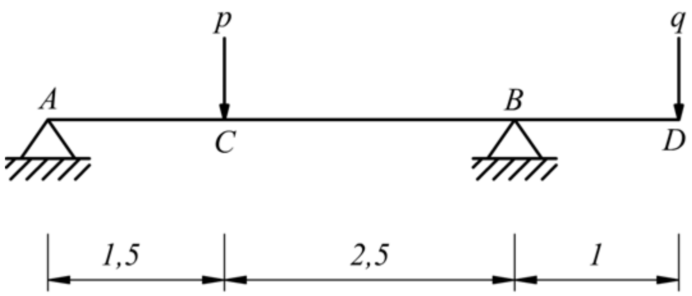


I carichi sono:

$$f = 150daN$$
$$p = 200daN$$
$$q = 400daN$$

$$R\left[IPN120\right]$$

Esercizio no.2 *soluzione a pag.5*



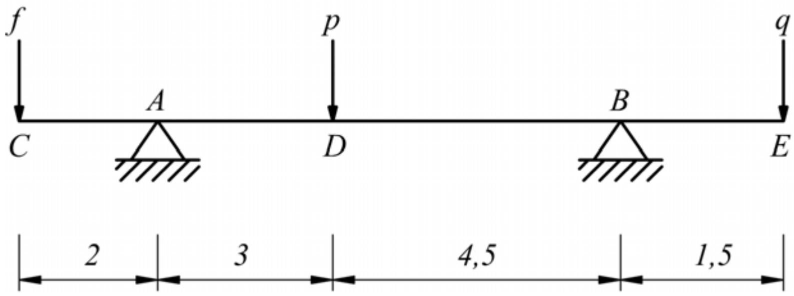
Considerando le distanze in metri, dimensionare, usando un ferro IPN Fe390 con

$$p = 160daN$$
$$q = 100daN$$

$$R\left[IPN80\right]$$

Esercizio no.3 *soluzione a pag.7*

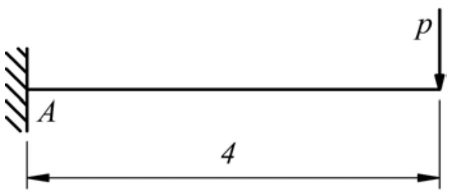
Dimensionare, usando un ferro IPN Fe390 considerando le distanze in metri



$$f = 1000daN$$
$$p = 3000daN$$
$$q = 500daN$$

$$R\left[IPN240\right]$$

Esercizio no.4 *soluzione a pag.9*

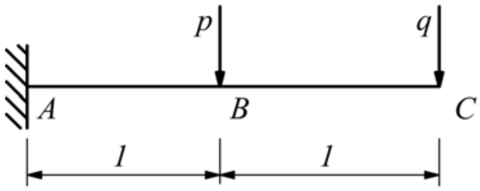


Usando delle IPN in Fe330, dimensionare la trave a mensola, dove p=1kN.

$$R\left[IPN120\right]$$

Esercizio no.5

soluzione a pag.10

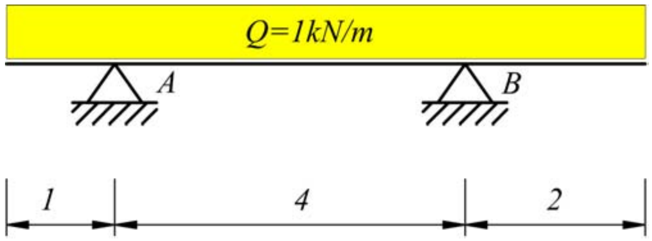


Usando delle IPN in Fe330, dimensionare la trave a mensola, dove p=1kN e q=500N.

$$R\left[IPN80\right]$$

Esercizio no.6

soluzione a pag.12

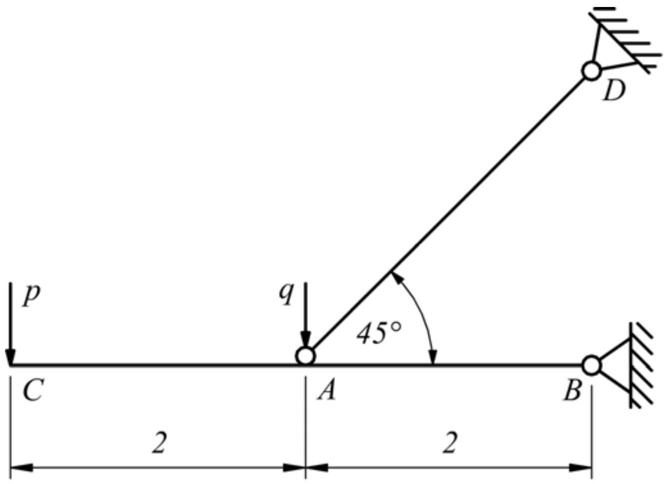


Usare delle IPN in Fe330, dimensionare la trave illustrata.

$$R\left[IPN80\right]$$

Esercizio no.7

soluzione a pag.15

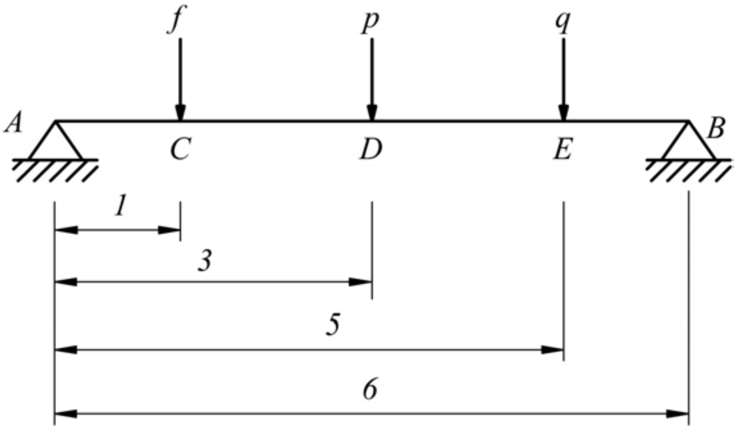


Nell'ipotesi di usare Fe360, dimensionare il puntone della struttura considerando
p=2kN
q=2kN
e le distanze in metri.

$$R\left[IPN100\right]$$

Esercizio no.1

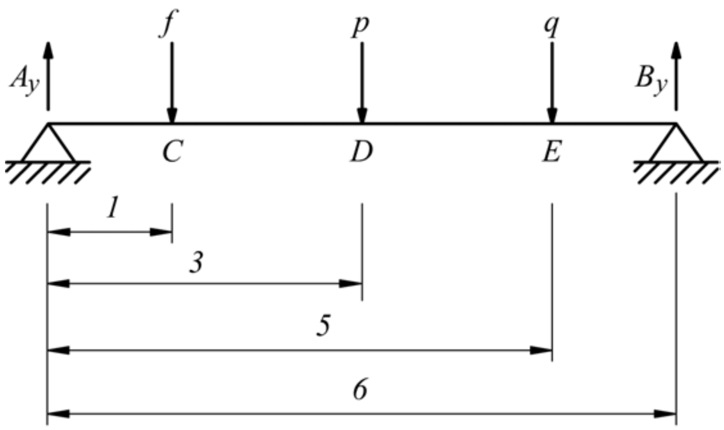
Dimensionare la trave indicata in figura, dove le distanze sono espresse in metri, ipotizzando di usare un profilato IPN in Fe390 .



I carichi sono:

$$f = 150daN$$
$$p = 200daN$$
$$q = 400daN$$

Esercizio no.1:soluzione



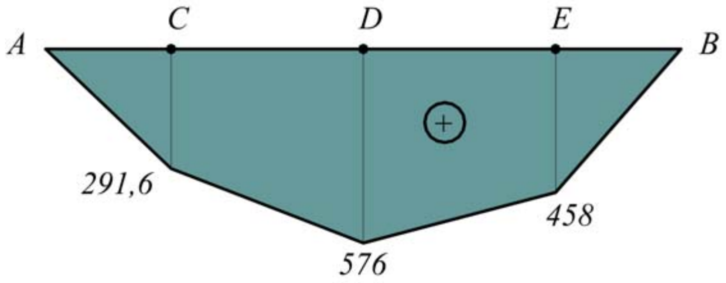
eseguendo l'eq. dei momenti con polo in A :

$$0 = 1 \cdot f + 3p + 5q - 6B_y \quad \rightarrow \quad B_y = \frac{f + 3p + 5q}{6} = \frac{150 + 3 \cdot 200 + 5 \cdot 400}{6} = 458{,}3daN$$

dato che $A_y + B_y = f + p + q$ si ha $A_y = 150 + 200 + 400 - 458{,}3 = 291{,}6daN$

ora calcolo il valore del momento flettente in corrispondenza dei carichi concentrati in A,C,D,E e B, considerando positivi i momenti orari a sinistra della sezione considerata (partendo da A e andando verso destra).

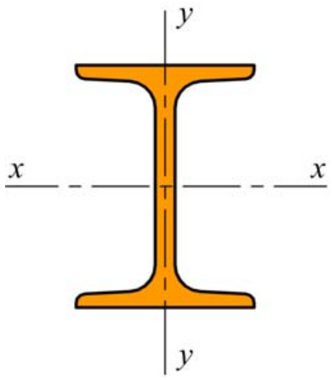
$$M_{fA} = 0$$
$$M_{fC} = A_y \cdot 1 = 291{,}6 \cdot 1 = 291{,}6\,daNm = 2916\,Nm = 2.916.666\,Nmm$$
$$M_{fD} = 3A_y - 2f = 3 \cdot 291{,}6 - 150 \cdot 2 = 576\,daNm = 5760\,Nm = 5.760.000\,Nmm$$
$$M_{fE} = 5A_y - 4f - 2p = 5 \cdot 291{,}6 - 4 \cdot 150 - 2 \cdot 200 = 458\,daNm = 4580\,Nm = 4.580.000\,Nmm$$
$$M_{fB} = 6A_y - 5f - 3p - q = 6 \cdot 291{,}6 - 5 \cdot 150 - 3 \cdot 200 - 400 = 0$$



Il momento massimo è dunque 5.760.000Nm
L'eq. di stabilità per il momento flettente dice:

$$M_f = \sigma \cdot W_f$$

per Fe390 assumiamo $\sigma = \dfrac{390}{3} = 130\,N/mm^2 \quad \rightarrow \quad W_f = \dfrac{M_f}{\sigma} = \dfrac{5.760.000}{130} = 44.307\,mm^3$

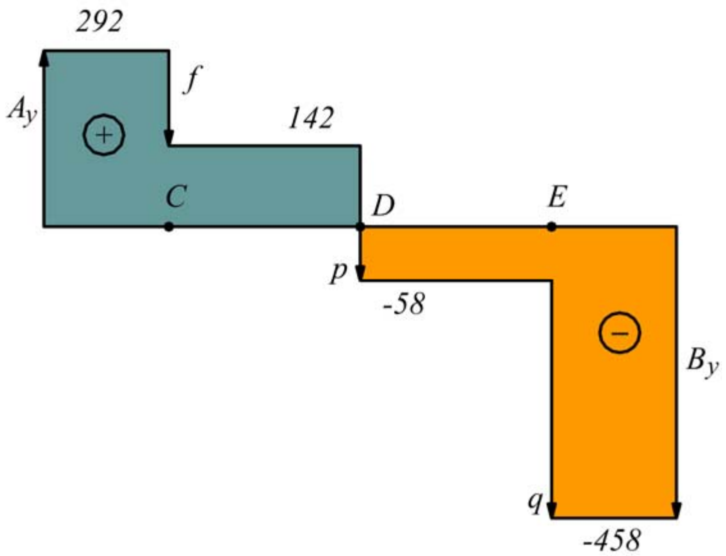


Essendo il carico applicato lungo la direzione x, dovremo usare il modulo di resistenza a flessione W_x.

La IPN100 ha W_x=34100N/mm^2 ed è dunque insufficiente.

<u>Scegliamo una IPN120</u> che ha W_x=54700N/mm^2 e dovrebbe resistere.

.



Disegniamo il diagramma del taglio, partendo da A, andando verso destra, considerando positive le sollecitazioni che vanno verso l'alto.

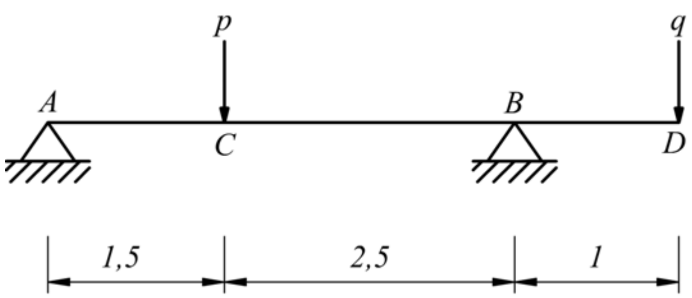
Si osserva come lo sforzo di taglio maggiore si abbia in corrispondenza del vincolo in B

Nel caso dello sforzo di taglio $\sigma_T = \frac{4}{5}\sigma = \frac{4}{5}130 = 104N/mm^2$ l'eq. di stabilità per il taglio:

$T = \sigma_T S$

<u>Se scelgo una IPN120</u> si ha S=1060mm^2 per cui $T = 104 \cdot 1060 = 110{,}240N >> 4580N$
quindi resiste alla sollecitazione di taglio.

Esercizio no.2



Dimensionare, usando un ferro IPN Fe390 con

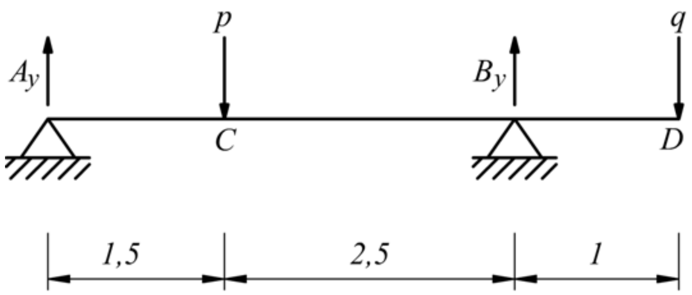
$p = 160daN$

$q = 100daN$

considerando le distanze in metri

Esercizio no.2:soluzione

Scriviamo l'eq. dei momenti con polo in A (positivi i momenti orari).



$$0 = 1{,}5p - 4B_y + 5q \quad \rightarrow \quad 0 = 1{,}5 \cdot 160 - 4B_y + 5 \cdot 100 \quad \rightarrow \quad 4B_y = 240 + 500$$

$$B_y = \frac{240+500}{4} = \frac{740}{4} = 185daN = 1850N$$

essendo $A_y + B_y = p + q \quad \rightarrow \quad A_y = p + q - B_y = 100 + 160 - 185 = 75daN = 750N$

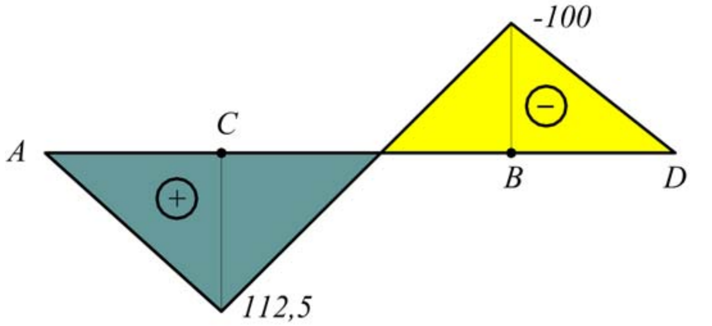
calcolo il valore del momento flettente in corrispondenza dei carichi concentrati in A,C,D,E e B, considerando positivi i momenti orari a sinistra della sezione considerata (partendo da A e andando verso destra).

$$M_{fA} = 0$$

$$M_{fC} = 1{,}5 A_y = 1{,}5 \cdot 75 = 112{,}5 daNm = 1125 Nm$$

$$M_{fB} = 4A_y - 2{,}5p = 4 \cdot 75 - 2{,}5 \cdot 160 = -100 daNm = -1000 Nm$$

$$M_{fC} = 5A_y - 3{,}5p + 1B_y = 375 - 560 + 185 = 0$$

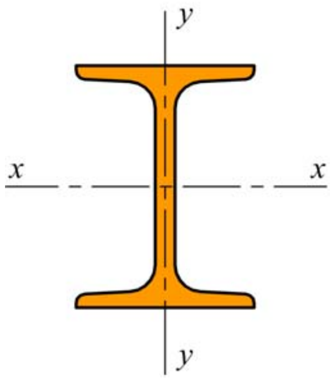


Deduciamo un momento flettente massimo

$M_{f(max)}$=1125Nm=1.125.000Nmm

$M_f = \sigma \cdot W_f$ per Fe390 $\sigma = \dfrac{R}{n_s} = \dfrac{390}{3} = 130 N/mm^2$

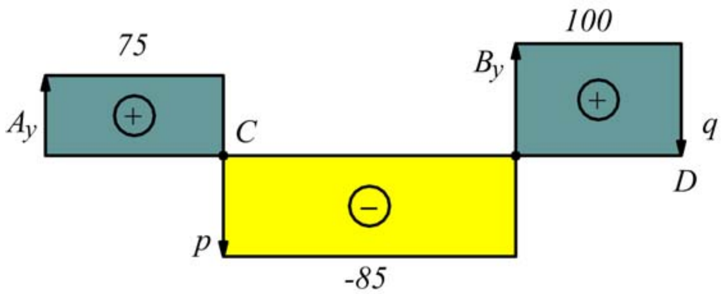
$$W_f = \frac{M_f}{\sigma} = \frac{1.125.000}{130} = 8655 mm^3$$



anche in questo caso il ferro è sollecitato secondo la direzione x-x e per una IPN80 viene fornito

W_x=19400N/mm^2 dato che il modulo di resistenza che abbiamo richiesto (8655) è ben inferiore da quello fornito per le condizioni di sicurezza dal fabbricante, possiamo ritenere che la trave resiste agli sforzi di flessione.

Disegniamo il diagramma del taglio, partendo da A, andando verso destra, considerando positive le sollecitazioni che vanno verso l'alto.



Si ha una massima sollecitazione al taglio con $T_{max} = 100 daN = 1000 N$ per Fe390 si ha

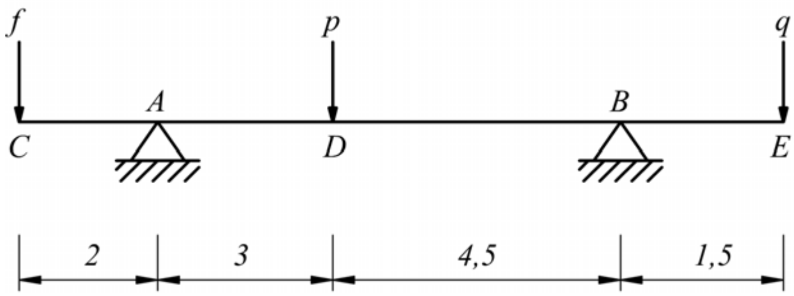
$$\sigma_T = \frac{4}{5}\sigma = \frac{4}{5}130 = 104 N / mm^2$$ nominale

Lo sforzo attuale a cui è soggetta la sezione essendo S=757mm² per la IPN80:

$$\sigma_T = \frac{T_{max}}{S} = \frac{1000}{757} = 1,3\ N / mm^2 << 104 N / mm^2$$
resiste sicuramente alla sollecitazione di taglio.

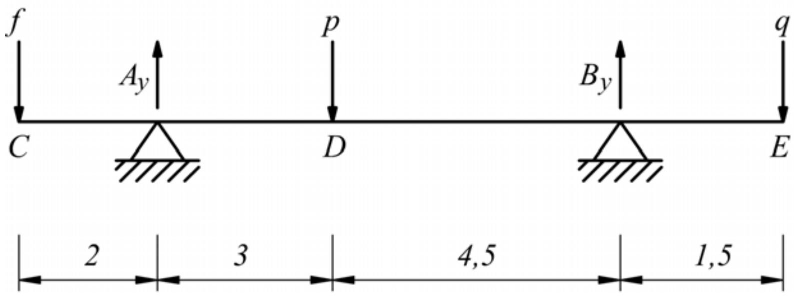
Esercizio no.3

Dimensionare, usando un ferro IPN Fe390 considerando le distanze in metri



$$f = 1000daN$$
$$p = 3000daN$$
$$q = 500daN$$

Esercizio no.3:soluzione



Eq. dei momenti con polo in A (considero positivi i momenti con senso orario).

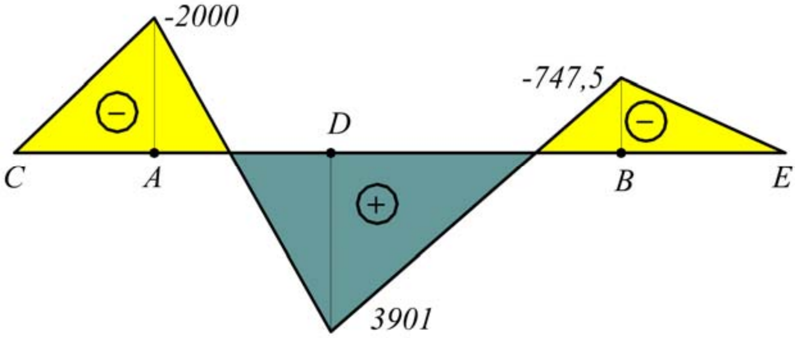
$$0 = -2f + 3p - 7,5B_y + 9q \quad \rightarrow \quad B_y = \frac{3\cdot 3000 - 2\cdot 1000 + 9\cdot 500}{7,5}$$

$$B_y = \frac{9000 - 2000 + 45000}{7,5} = \frac{11500}{7,5} = 1533daN$$

dato che $A_y + B_y = f + p + q \quad \rightarrow \quad A_y = (f + p + q) - B_y = 4500 - 1533 = 2967daN$

Come nei casi precedenti parto dalla estremità C e mentre procedo verso destra attraverso una sezione ideale, valuto i momenti che stanno nel tronco sinistro.

$$M_{fC} = 0$$
$$M_{fA} = -2f = -2 \cdot 1000 = -2000 daNm$$
$$M_{fD} = -5 \cdot 1000 + 3 \cdot A_y = -5 \cdot 1000 + 3 \cdot 2967 = 3901 daNm$$
$$M_{fB} = -9{,}5f + 7{,}5A_y - 4{,}5p = -9500 + 22.252{,}5 - 13.500 = -747{,}5 daNm$$
$$M_{fD} = -11f + 9A_y - 6p + 1{,}5B_y = -11 \cdot 1000 + 9 \cdot 2967 - 6 \cdot 3000 + 1{,}5 \cdot 1533 = 0$$

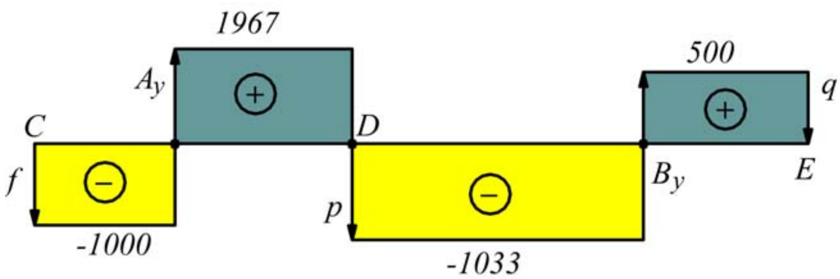


$M_{f(max)}$=3901daNm=39.010Nm=39.010.000Nmm

$$W_x = \frac{M_f}{\sigma} = \frac{39{,}01 \cdot 10^6}{130} = 300.077 mm^3$$

dalle tabelle ottengo per la serie normale IPN un W_x=353000mm^3 per una IPN240 che ha una superficie S=4610mm^2.

Disegniamo il diagramma del taglio, partendo da C, valutando il tronco a sinistra della nostra sezione ideale andando verso destra e considerando positive le sollecitazioni che vanno verso l'alto.



$T_{(max)}$=1967daN=19.670N

$$\sigma_T = \frac{4}{5}\sigma = 104 N/mm^2$$

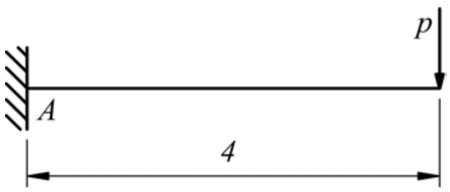
Il massimo sforzo di taglio a cui può resistere la sezione scelta è

$$T = \sigma_T S = 104 \cdot 4610 = 479.440N >> 19670N$$

La sezione è dunque in condizioni di sicurezza rispetto allo sforzo di taglio.

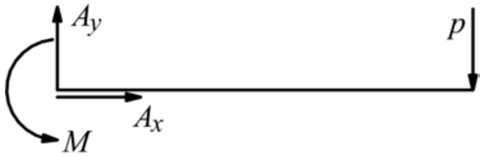
Esercizio no.4

Usando delle IPN in Fe330, dimensionare la trave a mensola, dove p=1kN.



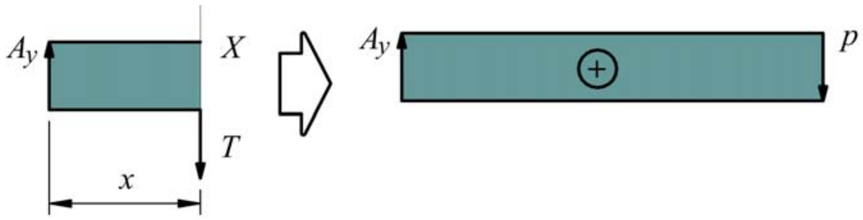
Esercizio no.4:soluzione

L'incastro introduce tre gradi di vincolo che bilanciano i tre gradi di libertà del corpo rigido.

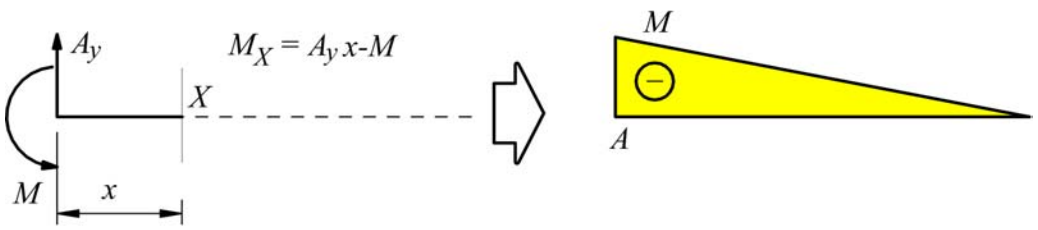


per le equazioni di stabilità deve essere $A_x = 0$ mentre $A_y = p$. L'equazione dei momenti con polo in A fornisce $M = 4p$; allo stesso risultato saremmo giunti fulcrando in B, perché avremmo avuto $0 = 4A_y - M \quad \rightarrow \quad M = 4A_y = 4p$

Partendo da A e procedendo verso destra notiamo che lo sforzo di taglio sopportato dalla trave è costante e lungo tutto il tronco sinistro e vale $A_y = p = 1000N$



Alla stessa maniera valutiamo il momento flettente nel tronco sinistro della sezione X



Si nota come il momento nella sezione $M_X = A_y \cdot x - M = px - M$ dipende dalla distanza x ed è progressivamente decrescente procedendo verso l'estremo libero: i A vale

M=4p=4kNm=4000Nm=4.000.000Nmm

all'estremo libero vale 0. La sezione maggiormente sollecitata è A. Per Fe330 σ=110N/mm^2.

$$M_f = \sigma \cdot W_x \quad \rightarrow \quad W_x = \frac{M_f}{110} = \frac{4.000.000}{110} = 36364\ mm^3 = 36,3cm^3$$

La IPN100 ha W_x=34,1cm^3, quindi usiamo la IPN120 che ha W_x=54,7cm^3.

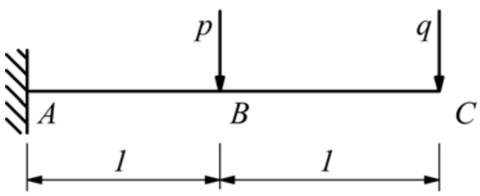
Questo profilato ha S=14,2cm^2=1420mm^2 per cui:

$T = \sigma_T S$ con $\sigma_T = \frac{4}{5}\sigma = \frac{4}{5} \cdot 110 = 88N/mm^2$ può tenere uno sforzo di taglio:

$T = 88 \cdot 1420 = 124.960N > 4000N$ anche per il taglio siamo in condizioni di sicurezza.

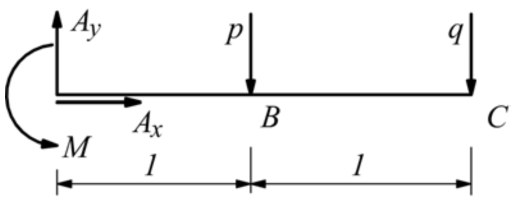
Esercizio no.5

Usando delle IPN in Fe330, dimensionare la trave a mensola, dove p=1kN e q=500N.



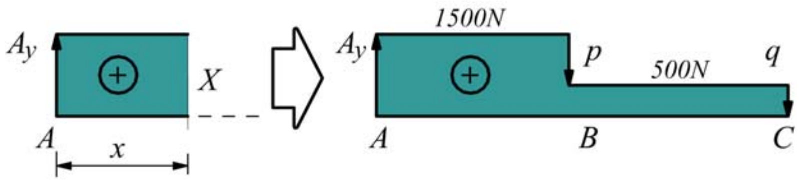
Esercizio no.5:soluzione

Dobbiamo procedere come nel caso precedente con di sicuro $A_x = 0$; l'equazione dei momenti viene eseguita con polo in A.

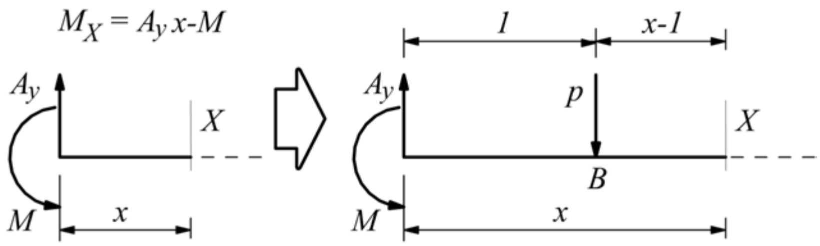


$$\begin{cases} A_y = p + q = 1500N \\ 0 = 1 \cdot p + 2 \cdot q - M \end{cases} \rightarrow \quad M = 1000 + 1000 = 2000Nm = 2.000.000Nmm$$

Partendo da A e procedendo verso destra tramite la sezione ideale X, notiamo che lo sforzo di taglio sopportato dalla trave è costante e lungo tutto il tronco sinistro e vale $A_y = 1500N$ fino al punto B.



Dal punto B a C lo sforzo di taglio vale 500N. Per la valutazione del momento, partiamo da A e procediamo verso destra:

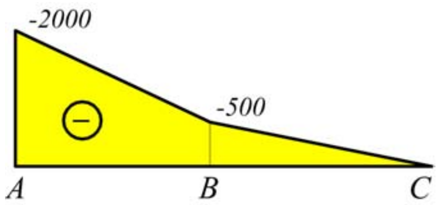


Nel tratto AB vale l'equazione $M_f = A_y x - M$ quindi $M_{fA} = -M$ ed

$$M_{fB} = 1 \cdot A_y - M = 1500 - 2000 = -500\,Nm$$

Nel tratto BC vale l'equazione $M_f = A_y x - p(x-1) - M$ i B x=1 e in C x=2 quindi:

$$M_{fB} = 1500 - 2000 = -500\,Nm$$
$$M_{fC} = 2 \cdot 1500 - 1000(2-1) - 2000 = 3000 - 1000 - 2000 = 0\,Nm$$



Il momento massimo si ha in A $M_{f\,max} = 2.000.000\,Nmm$ per Fe330 σ=110N/mm^2.

$$W_x = \frac{M_f}{\sigma} = \frac{2.000.000}{110} = 18181{,}8mm^3 = 18{,}1cm^3$$

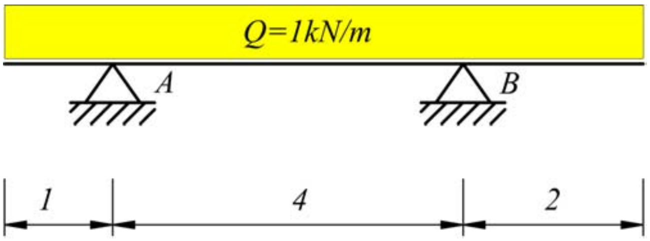
Potrebbe essere sufficiente una IPN80 che ha W_x=19,4cm^3. Se usiamo questo ferro

$$T_{max} = \sigma_T S = \frac{4}{5}\sigma \cdot S = 88 \cdot 757 = 66.616N > 1500N$$

Il massimo sforzo ammissibile per il taglio è molto maggiore di quello che stiamo applicando. Anche per il taglio siamo in condizioni di sicurezza.

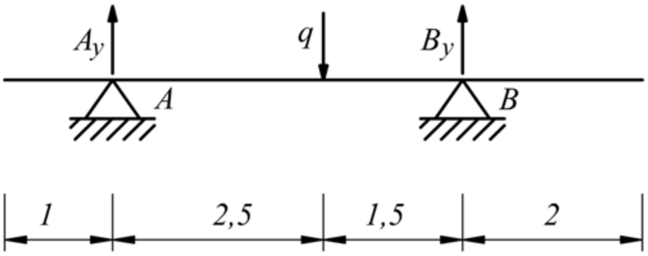
Esercizio no.6

Usare delle IPN in Fe330, dimensionare la trave illustrata.



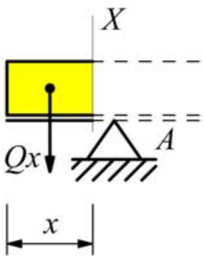
Esercizio no.6:soluzione

Il carico distribuito corrisponde ad un unico carico concentrato $q = 7Q = 7kN$

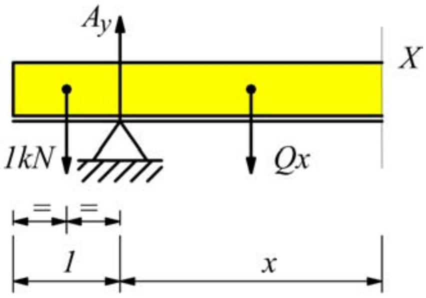


con l'eq.dei momenti in A, si ha:

$$\begin{cases} q = A_y + B_y \\ 2{,}5 \cdot q - 4B_y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} A_y = q - B_y = 7 - 4{,}375 = 2{,}625kN \\ B_y = \dfrac{2{,}5 \cdot 7}{4} = 4{,}375kN \end{cases}$$

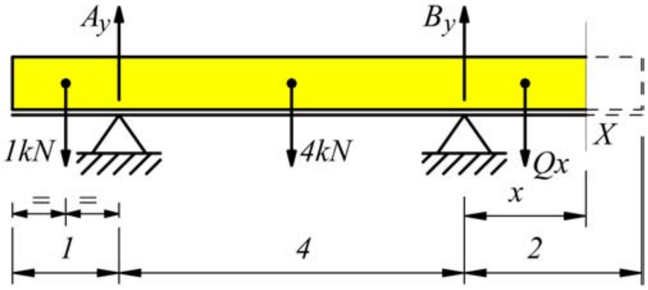


dall'estremo libero sinistro fino ad A il taglio vale $T = -Qx$ all'estremo libero vale 0 in A vale: $T = 1 \cdot Q = -1kN$
Infatti, le forze a sisnstra della sezione che puntano verso il basso sono da considerarsi negative.

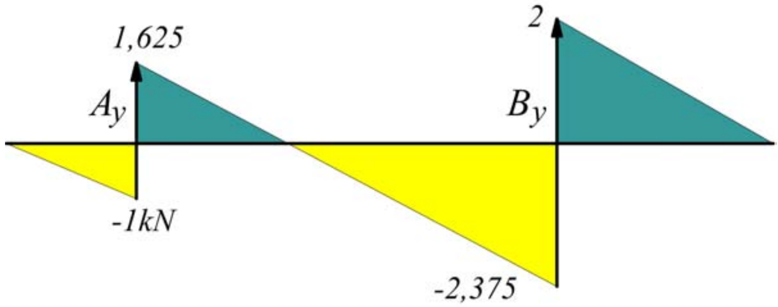


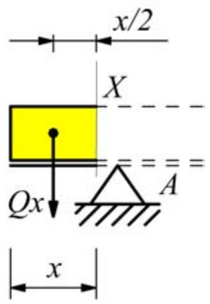
A destra di A fino a B vale l'eq.
$T = A_y - 1kN - Qx = 2{,}625 - 1 - Qx = 1{,}625 - Qx$
si deduce che nel punto immediatamente a destra di A T=1,625kN mentre in B si avrà

$$T = 1{,}625 - 1 \cdot 4 = -2{,}375kN$$



Nel tratto fra B e l'estremo libero destro l'eq. del taglio vale: $T = A_y + B_y - 1kN - 4kN - Qx$ dato che $A_y + B_y = 7kN$ avremo $T = 7 - 5 - Qx = 2 - Qx$ allora in B T=2kN, mentre all'estremo libero destro T=0. Il diagramma per il taglio è il seguente:



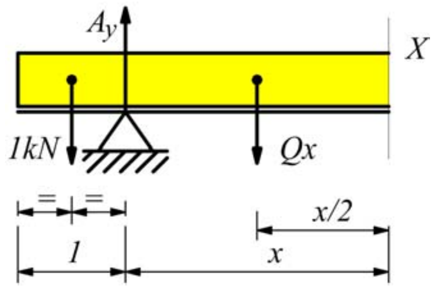


A destra di A il momento flettente in una generica sezione X vale

$$M_f = -Qx \cdot \frac{x}{2} = -\frac{Qx^2}{2}$$

quindi all'etremo libero $M_f = 0$ in A $M_{fA} = -500\ Nm$

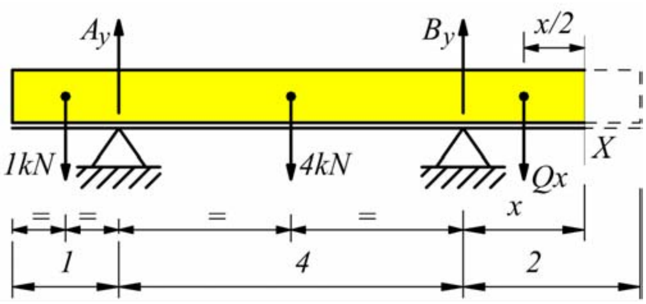
l'andamento è parabolico.



Nel tratto AB l'eq. del momento nella generica sezione X vale $M_f = A_y x - 1(0,5 + x) - \frac{Qx^2}{2}$

con $M_{fA} = -0,5kNm = -500Nm$ e con $M_{fB} = 4 \cdot 2,625 - 4,5 - \frac{1 \cdot 16}{2} = -2$

l'equazione trovata si può scrivere $1,625x - \frac{1}{2} - \frac{x^2}{2}$ per x che va da 0 a 4 è una parabola con la concavità rivolta verso il basso, ha un massimo per $x = 1,625m$ che vale 0,820kNm.



Nel tratto che va da B all'estremo libero destro avremo:

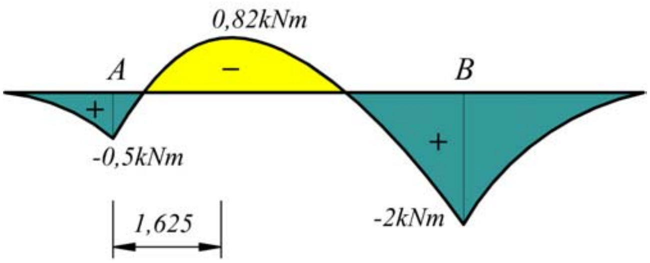
$$M_f = -1 \cdot (4{,}5 + x) + A_y(4 + x) - 4(2 + x) + B_y x - \frac{Qx^2}{2} \quad \text{quindi}$$

$$M_{fB} = -4{,}5 + 4 \cdot 2{,}625 - 4 \cdot 2 = -2kNm$$

mentre all'estremo libero dove x=2

$$M_f = -6{,}6 + 6 \cdot 2{,}625 - 4 \cdot 4 + 4{,}375 \cdot 2 - 2 = 0$$

Quindi il diagramma del momento flettente:



Il momento massimo M_{fmax}=2000Nm=2.000.000Nmm ci dà

$$W_x = \frac{Mf_{max}}{\sigma} = \frac{2.000.000}{110} 18.181{,}8mm^3$$

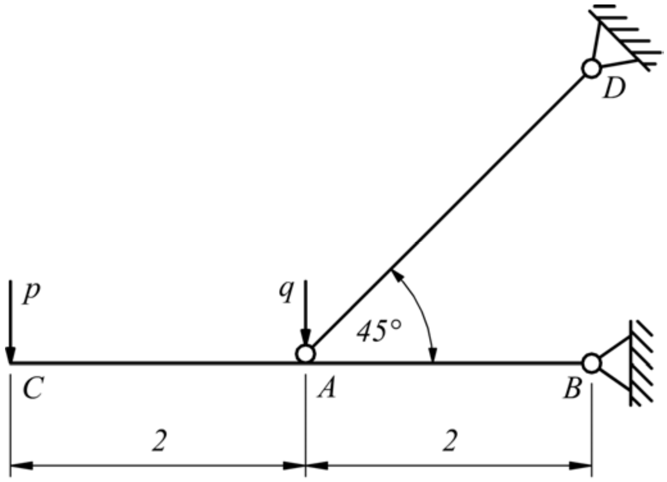
è dunque sufficiente una IPN80 che ha il W_x=19.400mm^3. Con una superficie S=757mm^2 :

$$T_{max} = \frac{4}{5}\sigma \cdot S = \frac{4}{5} 110 \cdot 757 = 66.616N >> 2375N$$

e anche per il taglio è verificata.

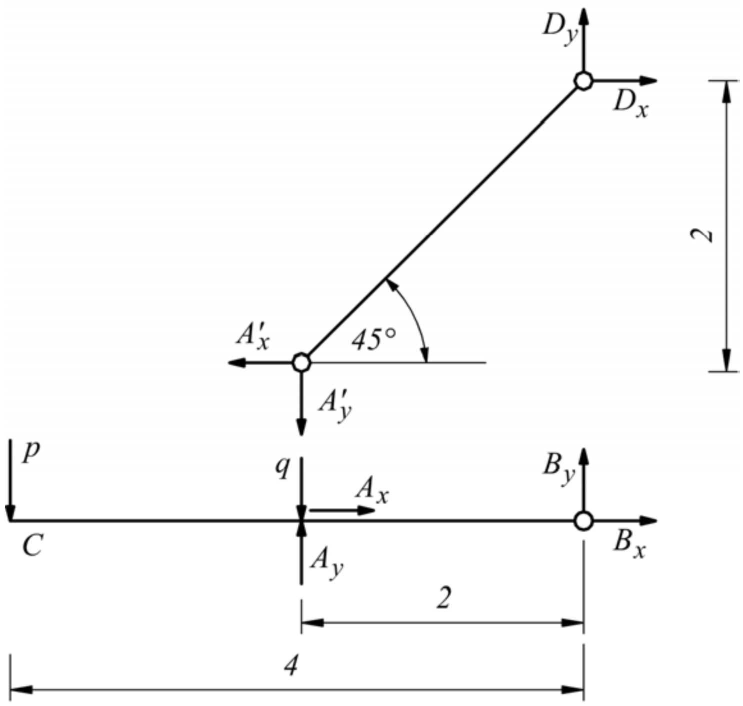
Esercizio no.7

Nell'ipotesi di usare Fe360, dimensionare il puntone della struttura considerando p=2kN q=2kN e le distanze in metri.



Esercizio no.7:soluzione

Valutando i vincoli esterni con equazione dei momenti con polo in B:
svincolando la struttura in A



le tre eq. cardinali per il puntone sono:

$$\begin{cases} p+q=A_y+B_y \\ A_x+B_x=0 \\ 2A_y=4p+2q=0 \quad \rightarrow \quad A_y=2p+q=4+2=6kN \end{cases}$$

da cui $B_y = p + q - A_y = 2 + 2 - 6 = -2kN$

eq. dei momenti nel tirante con polo in D

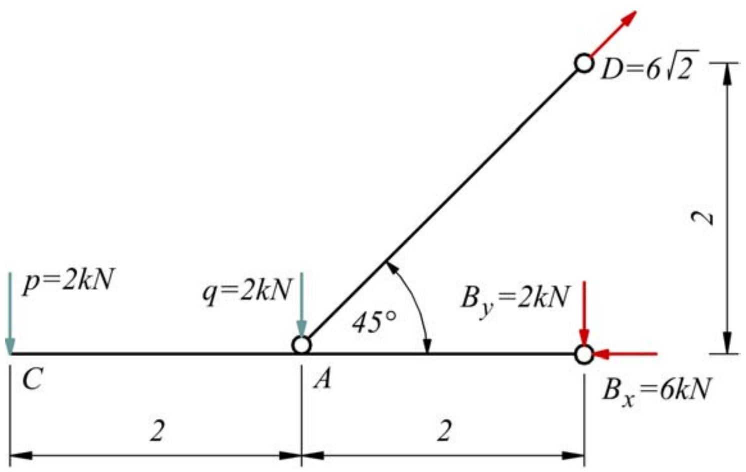
$$2A'_x = 2A'_y \quad \rightarrow \quad A'_x = A'_y \quad \rightarrow \quad A'_x = 6kN = A_x \quad \rightarrow B_x = -6kN$$

Abbiamo ottenuto: Bx, By,

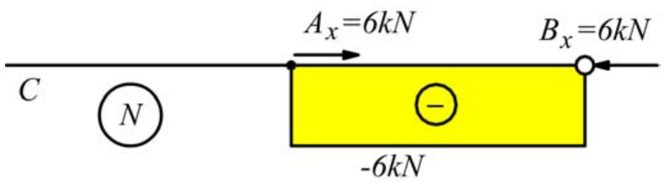
le altre due equazioni per il tirante sono:

$$\begin{cases} A'_x = D_x = 6kN \\ A'_y = D_y = 6kN \end{cases}$$

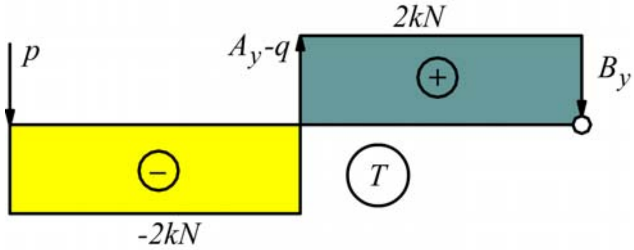
componendo i vettori rappresentativi le reazioni vincolari in D le reazioni esterne possono essere così schematizzate:



Per la trave CB si cerca di disegnare il diagramma dello sforzo normale partendo da C, andando verso destra:



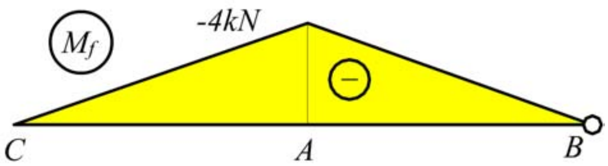
Per il taglio procediamo come nel caso dello sforzo normale, partendo da C, andando verso destra, considerando il tronco a sinistra della nostra sezione ideale



Per il momento flettente valgono le solite considerazioni, considerando positivi i momenti orari rispetto alla sezione ideale, che progressivamente si sposta verso destra di cui valutiamo solo il tronco sinistro.

$$M_{fC} = 0$$
$$M_{fA} = -2p = -4kNm$$
$$M_{fB} = -4p + 2A_y - 2q = -4 \cdot 2 + 2 \cdot 6 - 2 \cdot 2 = -8 + 12 - 4 = 0$$

il momento flettente massimo è $M_{f\,max} = 4000Nm = 4.000.000Nmm$



Ipotizziamo di usare una IPN80 per Fe 360 valutiamo $\sigma = \frac{R}{n_s} = \frac{360}{3} = 120N/mm^2$

mentre se S=757mm^2 lo sforzo unitario attuale a cui è soggetta la trave per flessione è:

$$\sigma = \frac{M_{f\,max}}{W_x} = \frac{4.000.000}{19.400} = 206N/mm^2$$ non va bene ci vuole almeno una IPN100:

$$\sigma = \frac{M_{f\,max}}{W_x} = \frac{4.000.000}{34100} = 117N/mm^2 < 120$$

La massima sollecitazione al taglio è $T_{max} = 2kN = 2000N$ se usiamo questa IPN100

$$\sigma_T = \frac{T_{max}}{S} = \frac{2000}{1060} = 1.88\ N/mm^2$$

$$\sigma_{T(nominale)} = \frac{4}{5}\sigma_T = \frac{4}{5}120 = 96N/mm^2$$

noi con 1,88 siamo ampiamente sotto e quindi in condizioni di sicurezza.