Equazioni con modulo (valore assoluto)

Esercizio no.1 *Soluzione a pag.4*

$$|3x+1|=6$$ $$R\ \left(x=\frac{5}{3}\ \vee\ x=-\frac{7}{3}\right)$$

Esercizio no.2 *Soluzione a pag.4*

$$\left|2x+\frac{1}{3}\right|-\frac{1}{2}=2$$ $$R\ \left(x=\frac{13}{12}\ \vee\ x=-\frac{17}{12}\right)$$

Esercizio no.3 *Soluzione a pag.4*

$$\left|\frac{x}{2}-1\right|-\frac{3}{2}=0$$ $$R\ (x=5\ \vee\ x=-1)$$

Esercizio no.4 *Soluzione a pag.4*

$$|1-x|=|2x-3|$$ $$R\ \left(x=\frac{4}{3}\ \vee\ x=2\right)$$

Esercizio no.5 *Soluzione a pag.4*

$$|x|=|1+x|$$ $$R\ \left(x=-\frac{1}{2}\right)$$

Esercizio no.6 *Soluzione a pag.5*

$$|x^2-3x|=|x^2-4x|$$ $$R\ \left(x=\frac{7}{3}\ \vee\ x=0\right)$$

Esercizio no.7 *Soluzione a pag.5*

$$|x|+|x^2-1|=0$$ $$R\ (\text{imposs.})$$

Esercizio no.8 *Soluzione a pag.6*

$$|x^2+x|+|2x|=0$$ $$R\ (x=0)$$

Esercizio no.9 *Soluzione a pag.6*

$$|x-1|+|x^2-1|=0$$ $$R\ (x=1)$$

Esercizio no.10 Soluzione a pag.6

$| 1-3x | = 8$ $\qquad R \left(x = -\frac{7}{3} \quad \vee \quad x = 3 \right)$

Esercizio no.11 Soluzione a pag.6

$\left| x^2 - 5x \right| = 6$ $\qquad R \left(x = 6 \quad \vee \quad x = -1 \quad \vee \quad x = 3 \quad \vee \quad x = 2 \right)$

Esercizio no.12 Soluzione a pag.7

$\left| \frac{x+2}{2x^2} \right| + \frac{1}{2} = 2$ $\qquad R \left(x = 1 \quad \vee \quad x = -\frac{2}{3} \right)$

Esercizio no.13 Soluzione a pag.7

$\frac{1}{1+|x|} = -\frac{2}{|x+1|}$ $\qquad R \left(x = 1 \quad \vee \quad x = -\frac{2}{3} \right)$

Esercizio no.14 Soluzione a pag.7

$| x | + x = 4$ $\qquad R \ (x = 2)$

Esercizio no.15 Soluzione a pag.7

$(1 + | x |)^2 = x^2 - 3 | x |$ $\qquad R$ (impossibile.)

Esercizio no.16 Soluzione a pag.7

$| x - 5 | + x = 5$ $\qquad R \ (x \leq 5)$

Esercizio no.17 Soluzione a pag.8

$1 = 2x - | 1 - x |$ $\qquad R \ (x = 2/3)$

Esercizio no.18 Soluzione a pag.8

$| x^2 - 6 | = x$ $\qquad R \ (x = 2 \quad \vee \quad x = 3)$

Esercizio no.19 Soluzione a pag.8

$| 3x - 2x^2 | = x$ $\qquad R \ (x = 2 \quad \vee \quad x = 1 \quad \vee \quad x = 2)$

Esercizio no.20 Soluzione a pag.9

$| 4x - x^2 + 1 | = 2x + 2$ $\qquad R \ (x = 1 \quad \vee \quad x = 3 + 2\sqrt{3})$

Esercizio no.21 *Soluzione a pag.10*

$$\frac{2-x}{|2x+1|}=\frac{5}{3}$$ $$R\left(x=\frac{1}{13} \quad \vee \quad x=-\frac{11}{7}\right)$$

Esercizio no.22 *Soluzione a pag.10*

$$\frac{x+1}{|x|}=\frac{2}{5}$$ $$R\left(x=-\frac{5}{7}\right)$$

Esercizio no.23 *Soluzione a pag.10*

$$\frac{|x+4|}{x-1}=\frac{3}{4}$$ $$R\,(impossibile.)$$

Esercizio no.24 *Soluzione a pag.11*

$$\frac{|x+1|}{x+1}=2$$ $$R\,(imposs.)$$

Esercizio no.25 *Soluzione a pag.11*

$$|x^2+4x+4|-|3x-1|=4x+1$$ $$R\,(x=-1 \quad \vee \quad x=-2)$$

Esercizio no.26 *Soluzione a pag.12*

$$x+2+|x-1|=|2x+1|$$ $$R\,(x\geq 1 \quad \vee \quad x=-2)$$

Esercizio no.27 *Soluzione a pag.12*

$$|x-1|+|x^2-x|-x^2+2x-1=0$$ $$R\,(x=1 \quad \vee \quad x\leq 0)$$

Esercizio no.28 *Soluzione a pag.13*

$$1-|2x+1|+|x-3|-|x|=0$$ $$R\left(x=\frac{3}{4} \quad \vee \quad x=-\frac{5}{2}\right)$$

Esercizio no.29 *Soluzione a pag.13*

$$|3(2+x)-x|-|x-1|=1+|x+1|$$ $$R\left(x=-\frac{5}{4}\right)$$

Esercizio no.30 *Soluzione a pag.14*

$$\frac{|x-2|}{x}=\frac{x}{|x-1|+1}$$ $$R\left(x=\frac{6}{5}\right)$$

Esercizio no.1:soluzione

$|3x+1|=6$ può essere $3x+1=\pm 6$

$$\begin{cases}3x+1=6\\3x+1=-6\end{cases}\quad\begin{cases}3x=5\\3x=-7\end{cases}\quad\begin{cases}x=5/3\\x=-7/3\end{cases}$$

Esercizio no.2:soluzione

$$\left|2x+\frac{1}{3}\right|-\frac{1}{2}=2 \;\rightarrow\; \left|2x+\frac{1}{3}\right|=2+\frac{1}{2} \;\rightarrow\; \left|2x+\frac{1}{3}\right|=\frac{5}{2} \text{ cioè } 2x+\frac{1}{3}=\pm\frac{5}{2}$$

$$\begin{cases}2x+\dfrac{1}{3}=\dfrac{5}{2}\\2x+\dfrac{1}{3}=-\dfrac{5}{2}\end{cases}\quad\begin{cases}2x=\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{3}\\2x=-\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{3}\end{cases}\quad\begin{cases}2x=\dfrac{15-2}{6}\\2x=-\dfrac{15+2}{6}\end{cases}\quad\begin{cases}x=\dfrac{13}{12}\\x=-\dfrac{17}{12}\end{cases}$$

Esercizio no.3:soluzione

$$\left|\frac{x}{2}-1\right|-\frac{3}{2}=0 \;\rightarrow\; \left|\frac{x}{2}-1\right|=\frac{3}{2} \;\rightarrow\; \frac{x}{2}-1=\pm\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases}\dfrac{x}{2}-1=\dfrac{3}{2}\\\dfrac{x}{2}-1=-\dfrac{3}{2}\end{cases}\quad\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{3}{2}+1\\\dfrac{x}{2}=1-\dfrac{3}{2}\end{cases}\quad\begin{cases}\dfrac{x}{\cancel{2}}=\dfrac{5}{\cancel{2}}\\\dfrac{x}{\cancel{2}}=-\dfrac{1}{\cancel{2}}\end{cases}\quad\begin{cases}x=5\\x=-1\end{cases}$$

Esercizio no.4:soluzione

$$|1-x|=|2x-3| \;\rightarrow\; 1-x=\pm(2x-3)$$

$$\begin{cases}1-x=2x-3\\1-x=3-2x\end{cases}\quad\begin{cases}4=3x\\x=2\end{cases}\quad\begin{cases}x=4/3\\x=2\end{cases}$$

Esercizio no.5:soluzione

$$|x|=|1+x| \;\rightarrow\; x=\pm(1+x)$$

$$\begin{cases}x=1+x\\x=-1-x\end{cases}\quad\begin{cases}0=1 \;\; (\textit{imposs.})\\2x=-1 \quad\rightarrow\quad x=-1/2\end{cases}$$

Esercizio no.6:soluzione

$$\left| x^2 - 3x \right| = \left| x^2 - 4x \right| \quad \rightarrow \quad x^2 - 3x = \pm(x^2 - 4x)$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x = x^2 - 4x \\ x^2 - 3x = 4x - x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ 3x^2 - 7x = 0 \quad \rightarrow \quad x(3x - 7) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 7/3 \end{cases} \end{cases}$$

Esercizio no.7:soluzione

$$\left| x \right| + \left| x^2 - 1 \right| = 0$$

		-1		0		1	
$x>0$	−		−		+		+
x^2-1>0	+		−		−		+

per $\quad x > 1 \quad$ abbiamo $\quad x^2 + x - 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \cong 0,6 \quad No! \\ \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \cong -1,6 \quad No! \end{cases}$$

per $\quad 0 < x \le 1 \quad$ abbiamo $\quad -x^2 + x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 - x - 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1,6 \quad No! \\ \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \cong -0,6 \quad No! \end{cases}$$

per $\quad -1 < x \le 0 \quad$ abbiamo $\quad -x^2 - x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 + x - 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 0,6 \quad No! \\ \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \cong -1,6 \quad No! \end{cases}$$

per $\quad x \le -1 \quad$ abbiamo $\quad x^2 - x - 1 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1{,}6 \quad No! \\ \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \cong -0{,}6 \quad No! \end{cases}$$

L'equazione è impossibile. Ma avremmo anche potuto osservare che:

$|\ x\ | = -\left|\ x^2 - 1\ \right|$ ora dato che $|\ x\ | \geq 0$

al massimo l'equazione è soddisfatta quando entrambi gli argomenti dei due moduli sono nulli

ma $|\ x\ | = 0$ per $x = 0$ e $|\ x^2 - 1\ | = 0$ per $x = \pm 1$.

quindi l'equazione è impossibile.

Esercizio no.8:soluzione

$$\left|\ x^2 + x\ \right| + |\ 2x\ | = 0 \quad \rightarrow \quad |\ x\ | \cdot \left(\left|\ x+1\ \right| + 2\right) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ |\ x+1\ | = -2 \quad (impposs.) \end{cases}$$

Esercizio no.9:soluzione

$$|\ x-1\ | + \left|\ x^2 - 1\ \right| = 0 \quad \rightarrow \quad |\ x-1\ | + |\ x-1\ | \cdot |\ x+1\ | = 0$$

$$|\ x-1\ | \cdot \left(1 + |\ x+1\ |\right) = 0 \quad \begin{cases} |\ x-1\ | = 0 \quad \rightarrow \quad x = 1 \\ |\ x+1\ | = -1 \quad (imposs.) \end{cases}$$

Esercizio no.10:soluzione

$$|\ 1-3x\ | = 8 \quad \rightarrow \quad 1-3x = \pm 8$$

$$\begin{cases} 1-3x = 8 \\ 1-3x = -8 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x = -7 \\ 3x = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -7/3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Esercizio no.11:soluzione

$$\left|\ x^2 - 5x\ \right| = 6 \quad \rightarrow \quad x^2 - 5x = \pm 6$$

$$\begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-6)(x+1) = 0 \\ (x-3)(x-2) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 6 \vee x = -1 \\ x = 3 \vee x = 2 \end{cases}$$

Esercizio no.12:soluzione

$$\left|\frac{x+2}{2x^2}\right|+\frac{1}{2}=2 \quad\to\quad \left|\frac{x+2}{2x^2}\right|=2-\frac{1}{2} \quad\to\quad \left|\frac{x+2}{2x^2}\right|=\frac{3}{2} \quad\to\quad \frac{x+2}{\cancel{2}x^2}=\pm\frac{3}{\cancel{2}}$$

cioè $x+2=\pm 3x^2$

$$\begin{cases} x+2=3x^2 \\ x+2=-3x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x^2-x-2=0 \\ 3x^2+x+2=0 \end{cases}$$

per la prima avremo: $$x_{1/2}=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{6}=\begin{cases} \dfrac{1+5}{6}=1 \\ \dfrac{1-5}{6}=-\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

per la seconda notiamo che $\Delta=b^2-4ac=1-24=-23<0$ (è impossibile).

Esercizio no.13:soluzione

$$\frac{1}{1+|x|}=-\frac{2}{|x+1|} \quad\to\quad |x+1|=-2-2|x|<0\ \forall x \quad \text{mentre} \quad |x+1|\geq 0 \quad \forall x$$

l'equazione è dunque impossibile

Esercizio no.14:soluzione

$$|x|+x=4 \quad\to\quad |x|=4-x \qquad x=\pm(4-x)$$

$$\begin{cases} x=4-x \\ x=x-4 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x=4 \quad\to\quad x=2 \\ 0=-4 \quad (impossibile.) \end{cases}$$

Esercizio no.15:soluzione

$$(1+|x|)^2=x^2-3|x| \quad\to 1+2|x|+\cancel{x^2}=\cancel{x^2}-3|x| \quad\to\quad 1+5|x|=0$$

dato che $|x|\geq 0$ l'equazione non è mai verificata ed è impossibile.

Esercizio no.16:soluzione

$$|x-5|+x=5 \quad\to\quad |x-5|=5-x \quad\to\quad |x-5|=\pm(5-x)$$

$$\begin{cases} (x\geq 5)\to x-5=5-x \quad\to\quad 2x=10 \quad\to\quad x=5 \\ (x<5)\to x-5=x-5 \quad (sempre\ vera) \end{cases}$$

Esercizio no.17:soluzione

$1 = 2x - |1 - x|$ possiamo dire:

$$\begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ 1 = 2x - 1 + x \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 1 \\ 2 = 3x \end{cases} \rightarrow \quad x = 2/3 \ \ (ok)$$

$$\begin{cases} 1 - x < 0 \\ 1 = 2x + 1 - x \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ x = 0 \end{cases} \quad (no!) \ \ (imposs.!)$$

Esercizio no.18:soluzione

$|x^2 - 6| = x$ scriviamo:

$$\begin{cases} x^2 - 6 \geq 0 \\ x^2 - 6 - x = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq -\sqrt{6} \quad \vee \quad x \geq \sqrt{6} \cong 2{,}89 \\ (x-3)(x+2) = 0 \end{cases}$$ verifica solo $x = 3$

$$\begin{cases} x^2 - 6 < 0 \\ 6 - x^2 = x \end{cases} \quad \begin{cases} -\sqrt{6} < x < \sqrt{6} \cong 2{,}89 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \rightarrow \quad (x-2)(x+3) = 0$$

questa ultima verifica solo $x = 2$.

Esercizio no.19:soluzione

$|3x - 2x^2| = x$ scriveremo:

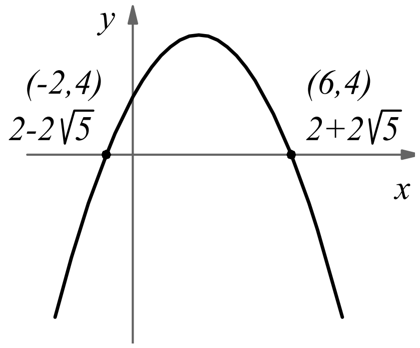
$$\begin{cases} 3x - 2x^2 \geq 0 \\ 3x - 2x^2 = x \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq 3/2 \\ 2x^2 - 2x = 0 \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x(x-1) = 0 \begin{cases} x = 0 \ \ (ok) \\ x = 1 \ \ (ok) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 2x^2 < 0 \\ 2x^2 - 3x = x \end{cases} \quad \begin{cases} x < 0 \quad \vee \quad x > 3/2 \\ 2x^2 - 4x = 0 \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \begin{cases} x = 0 \ \ (no!) \\ x = 2 \ \ (ok) \end{cases} \end{cases}$$

questa ultima verifica solo $x = 2$.

Esercizio no.20:soluzione

$$|4x - x^2 + 1| = 2x + 2 \quad \rightarrow \quad 4x - x^2 + 1 = \pm(2x + 2)$$



ora $y = 4x - x^2 + 1$ è una parabola con concavità verso il basso

positiva per $2 - 2\sqrt{5} < x < 2 + 2\sqrt{5}$ per x compreso in questo intervallo possiamo scrivere:

$$4x - x^2 + 1 = 2x + 2 \quad \rightarrow \quad x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 1$$

si trova nell'intervallo in cui la parabola è positiva.
Per valori esterni a tale intervallo, scriveremo:

$x^2 - 4x - 1 = 2x + 2 \quad \rightarrow \quad x^2 - 6x - 3 = 0$ calcoliamo le radici

$$x_{1/2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 12}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{48}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{12}}{2} = 3 \pm \sqrt{12} = 3 \pm \sqrt{4 \cdot 3} = 3 \pm 2\sqrt{3}$$

questi due risultati sono accettabili se appartengono all'insieme

$x < 2 - 2\sqrt{5} \cong -2{,}4 \quad \vee \quad x > 2 + 2\sqrt{5} \cong 6{,}4$ notiamo che

$$\begin{cases} 3 + 2\sqrt{3} < 2 + 2\sqrt{5} \quad (ok) \\ 3 - 2\sqrt{3} \cong -0{,}46 \quad (no!) \end{cases}$$

le soluzioni accettabili sono, dunque, $x = 1 \quad \vee \quad x = 3 + 2\sqrt{3}$

Esercizio no.21:soluzione

$$\frac{2-x}{|2x+1|}=\frac{5}{3} \rightarrow 3(2-x)=5|2x+1|$$ possiamo fare:

$$\begin{cases}5(2x+1)=3(2-x)\\5(2x+2)=-3(2-x)\end{cases}\begin{cases}10x+5=6-3x\\10x+5=3x-6\end{cases}\begin{cases}13x=1\\7x=-11\end{cases}\begin{cases}x=1/13\\x=-11/7\end{cases}$$

verificabile anche come:

$$\begin{cases}2x+1\geq 0\\5(2x+1)=3(2-x)\end{cases}\quad\begin{cases}x\geq -1/2\\x=1/13 \quad (ok)\end{cases}$$

$$\begin{cases}2x+1<0\\5(2x+2)=-3(2-x)\end{cases}\quad\begin{cases}x<-1/2\\x=-11/7 \quad (ok)\end{cases}$$

Esercizio no.22:soluzione

$$\frac{x+1}{|x|}=\frac{2}{5} \rightarrow 5(x+1)=2|x|$$

per $x\geq 0$ avremo $2x=5(x+1) \rightarrow 2x=5x+5 \rightarrow 3x=-5 \rightarrow x=-5/3 \quad (no!)$
per $x<0$ avremo $2x=-5(x+1) \rightarrow 2x=-5x-5 \rightarrow 7x=-5 \rightarrow x=-5/7 \quad (ok)$

Esercizio no.23:soluzione

$$\frac{|x+4|}{x-1}=\frac{3}{4} \rightarrow 4|x+4|=3(x-1)$$

per $x+4\geq 0$ cioè per $x\geq -4$ avremo

$$4(x+4)=3x-3 \rightarrow 4x+16=3x-3 \rightarrow x=-19 \quad (no!)$$

per $x+4<0$ cioè per $x<-4$ avremo

$$4(x+4)=3-3x \rightarrow 4x+16=3-3x \rightarrow 7x=-13 \rightarrow x=-13/7 \quad (no!)$$

neanche quest'ultima circostanza prevede una soluzione accettabile, l'equazione è dunque impossibile.

Esercizio no.24:soluzione

$$\frac{|x+1|}{x+1}=2$$

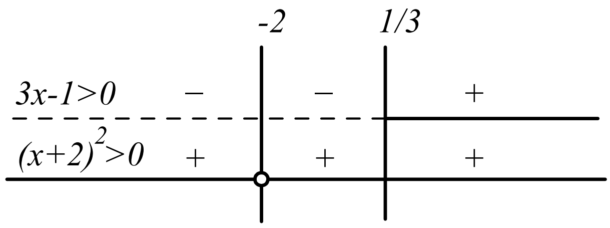
per $x+1\geq 0$ cioè per ma dobbiamo dire $x>-1$ perché la soluzione $x=-1$ annulla il denominatore.
$x+1=2x+2 \quad \rightarrow \quad x=-1$ che non possiamo accettare.

per $x+1<0$ cioè per $x<-1$ avremo:

$x+1=-2x-2 \quad \rightarrow \quad 3x=-3 \quad \rightarrow \quad x=-1$ che non possiamo accettare dato che è fuori dall'intervallo $x<-1$

Esercizio no.25:soluzione

$|x^2+4x+4|-|3x-1|=4x+1$ aiutandoci con lo schema:



infatti $x^2+4x+4=(x+2)^2$

per $x>1/3$ avremo di conseguenza

$$x^2+\cancel{4x}+4-3x+\cancel{1}=\cancel{4x}+\cancel{1} \quad \rightarrow \quad x^2-3x+4=0$$

questa ultima non è mai verificata dato il $\Delta<0$

nel caso specifico di $x=-2$ l'equazione diventa uguaglianza, infatti avremo:

$0^2+(-6-1)=4(-2)+1 \quad \rightarrow \quad -7=-8+1 \quad \rightarrow$ verificata

per $x\leq 1/3$ con $x\neq 0$ avremo

$$x^2+\cancel{4x}+4+3x-1=\cancel{4x}+1 \quad \rightarrow \quad x^2+3x+2=0$$

cerchiamo le radici:

$$x_{1/2}=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\begin{cases}\dfrac{-3+1}{2}=-\dfrac{2}{2}=-1\\[2ex]\dfrac{-3-1}{2}=-\dfrac{4}{2}=\cancel{-2}\end{cases}$$

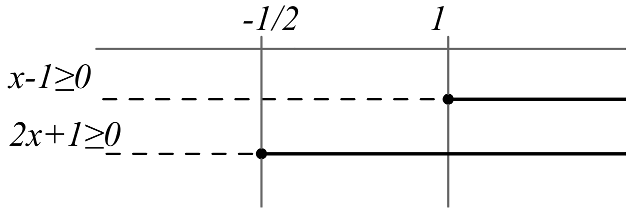
il valore $x=-1$ verifica l'equazione

Esercizio no.26:soluzione

Se l'equazione di partenza è

$x+2+|x-1|=|2x+1|$

suddividiamo il problema:



Se è $x \geq 1$ avremo:

$x+2+x-1=2x+1 \quad \rightarrow \quad 2x+1=2x+1$ identità: sempre verificata in tale intervallo

Se è $-\frac{1}{2} \leq x < 1$ avremo:

$\cancel{x}+2-\cancel{x}+1=2x+1 \quad \rightarrow \quad 3=2x+1 \quad \rightarrow \quad 2=2x \quad \rightarrow \quad x=1 \quad (no!)$

Se è $x \leq -\frac{1}{2}$ avremo:

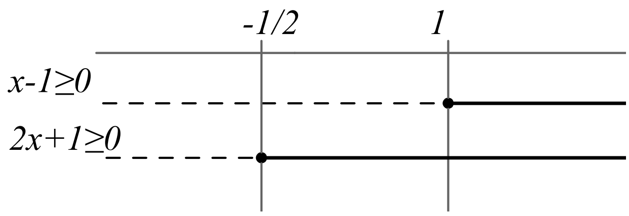
$\cancel{x}+2-\cancel{x}+1=-2x-1 \quad \rightarrow \quad 2x+4=0 \quad \rightarrow \quad x=-\frac{4}{2} \quad \rightarrow \quad x=-2 \quad (ok)$

Esercizio no.27:soluzione

Se l'equazione di partenza è

$|x-1|+|x^2-x|-x^2+2x-1=0$

suddividiamo il problema:



Se è $x \geq 1$ avremo:

$\cancel{x}-1+\cancel{x^2}-\cancel{x}-\cancel{x^2}+2x-1=0 \quad \rightarrow \quad 2x-2=0 \quad \rightarrow \quad x=1 \quad (ok)$

Se è $0 < x < 1$ avremo:

$\cancel{1}-\cancel{x}+\cancel{x}-x^2-x^2+2x-\cancel{1}=0 \quad \rightarrow \quad -2x^2+2x=0 \quad \begin{cases} x=0 & (no!) \\ x=1 & (no!) \end{cases}$

Se è $x \leq 0$ avremo:

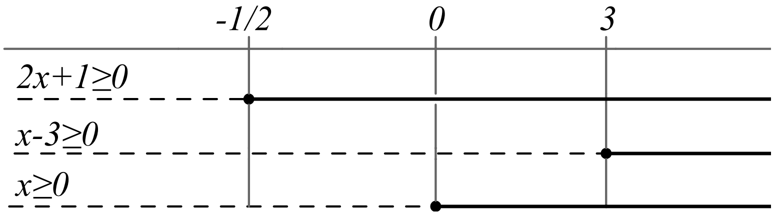
$\cancel{1}-x+\cancel{x^2}-x-\cancel{x^2}+2x-\cancel{1}=0 \quad \rightarrow \quad 0=0$ identità:sempre verificata nell'intervallo

Esercizio no.28:soluzione

Se l'equazione di partenza è

$1-|\,2x+1\,|+|\,x-3\,|-|\,x\,|=0$

suddividiamo il problema:



Se è $x \geq 3$ avremo:

$\cancel{1}-2x-\cancel{1}+\cancel{x}-3-\cancel{x}=0 \quad \rightarrow \quad 2x=-3 \quad \rightarrow \quad x=-3/2 \quad (\,no!\,)$

Se è $0 \leq x < 3$ avremo:

$\cancel{1}-2x-\cancel{1}+3-x-x=0 \quad \rightarrow \quad -4x+3=0 \quad \rightarrow \quad x=3/4 \quad (\,ok\,)$

Se è $-1/2 \leq x < 0$ avremo:

$\cancel{1}-2x-\cancel{1}+3-\cancel{x}+\cancel{x}=0 \quad \rightarrow \quad 2x=4 \quad \rightarrow \quad x=1/2 \quad (\,no!\,)$

Se è $x < -1/2$ avremo:

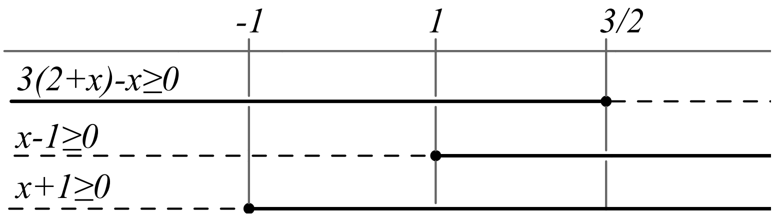
$1+2x+1+3-\cancel{x}+\cancel{x}=0 \quad \rightarrow \quad 2x+5=0 \quad x=-5/2 \quad (\,ok\,)$

Esercizio no.29:soluzione

Se l'equazione di partenza è

$|\,3(\,2+x\,)-x\,|-|\,x-1\,|=1+|\,x+1\,|$

suddividiamo il problema:



Se è $x > 3/2$ avremo:
$\cancel{x}-3(\,2+x\,)-x+1=1+\cancel{x}+1 \quad \rightarrow \quad x-6-3x-x+1=2+x$
$-7=4x \quad \rightarrow \quad x=-7/4 \quad (\,no!\,)$

Se è $1 \leq x \leq 3/2$ avremo:
$6+3x-x-x+1=x+2 \quad \rightarrow \quad 7+x=x+2$ impossibile.

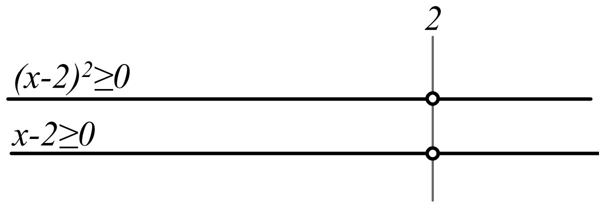
Se è $-1 \leq x < 1$ avremo:
$6+3x-\cancel{x}+\cancel{x}-1=2+x \quad \rightarrow \quad 2x+3=0 \quad \rightarrow \quad x=-3/2 \quad (\,no!\,)$.

Se è $x < -1$ avremo:
$6+3x-\cancel{x}+\cancel{x}-1=1-1-x \quad \rightarrow \quad 5+3x=-x \quad \rightarrow \quad 4x=-5 \quad \rightarrow \quad x=-5/4 \quad (\,ok\,)$

Esercizio no.30:soluzione

Se l'equazione di partenza è

$$\frac{|\,x-2\,|}{x}=\frac{x}{|\,x-1\,|+1}$$



suddividiamo il problema:

dato che è $|\,a\,|\cdot|\,b\,|=|\,a\cdot b\,|$ avremo:

$$|\,(x-2)^2\,|+|\,x-2\,|=x^2$$

Se è $x\geq 2$ avremo:

$$(x-2)^2+x-2=x^2 \quad\rightarrow\quad \cancel{x^2}-4x+4+x-2=\cancel{x^2}$$

$$-3x+2=0 \quad\rightarrow\quad x=2/3 \quad (no!)$$

Se è $x<2$ considerando che $(x-2)^2\geq 0$ sempre, avremo:

$$(x-2)^2+2-x=x^2 \quad\rightarrow\quad \cancel{x^2}-4x+4+2-x=\cancel{x^2}$$

$$5x=6 \quad\rightarrow\quad x=6/5 \quad (ok)$$