Calcola le derivate delle seguenti funzioni applicando la definizione di derivata

Esercizio no.1 *Soluzione a pag.5*

$y = x^3$ $$R\left[y' = 3x^2 \right]$$

Esercizio no.2 *Soluzione a pag.5*

$y = \frac{1}{x}$ $$R\left[y' = -\frac{1}{x^2} \right]$$

Esercizio no.3 *Soluzione a pag.5*

$y = ln(x+1)$ $$R\left[y' = \frac{1}{1+x} \right]$$

Esercizio no.4 *Soluzione a pag.6*

$y = \sqrt{x+2}$ $$R\left[y' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \right]$$

Esercizio no.5 *Soluzione a pag.6*

$y = 3x^2$ $$R\left[y' = 6x \right]$$

Esercizio no.6 *Soluzione a pag.6*

$y = \frac{2}{x^2}$ $$R\left[y' = -\frac{4}{x^3} \right]$$

Esercizio no.7 *Soluzione a pag.7*

$y = sin\,x$ $$R\left[y' = cos\,x \right]$$

Esercizio no.8 *Soluzione a pag.7*

$$y=\sqrt{x}$$

$$R\left[\, y'=\frac{1}{2\sqrt{x}} \,\right]$$

Esercizio no.9 *Soluzione a pag.7*

$$y=e^{x}$$

$$R\left[\, y'=e^{x} \,\right]$$

Esercizio no.10 *Soluzione a pag.8*

$$y=\frac{2x+1}{x}$$

$$R\left[\, y'=-\frac{1}{x^{2}} \,\right]$$

Calcola le derivate per le seguenti funzioni

Esercizio no.11 *Soluzione a pag.8*

$$y=\frac{1}{4}x^{4}+x^{3}+\frac{3}{2}x^{2}+x$$

$$R\left[\, y'=(x+1)^{3} \,\right]$$

Esercizio no.12 *Soluzione a pag.8*

$$y=x\sin x+\cos x$$

$$R\left[\, y'=x\cos x \,\right]$$

Esercizio no.13 *Soluzione a pag.8*

$$y=x-\sin x\cos x$$

$$R\left[\, y'=2\sin^{2}x \,\right]$$

Esercizio no.14 *Soluzione a pag.9*

$$y=x(\ln x-1)$$

$$R\left[\, y'=\ln x \,\right]$$

Esercizio no.15 *Soluzione a pag.9*

$$y=\frac{x+2}{x-2}$$

$$R\left[\, y'=\frac{-4}{(x-2)^{2}} \,\right]$$

Esercizio no.16 *Soluzione a pag.9*

$$y = x^2 - \frac{6x^2 + 7x - 3}{2x + 3} \qquad R\left[y' = 2x - 3 \right]$$

Esercizio no.17 *Soluzione a pag.10*

$$y = \frac{\sqrt{x}}{2x} \qquad R\left[y' = -\frac{1}{4x\sqrt{x}} \right]$$

Esercizio no.18 *Soluzione a pag.10*

$$y = ln\frac{1 - x}{1 + x} \qquad R\left[y' = -\frac{2}{(1 - x)^2} \right]$$

Esercizio no.19 *Soluzione a pag.10*

$$y = ln(x^4 + 4x^2 + 2) \qquad R\left[y' = \frac{4x^3 + 8x}{x^4 + 4x^2 + 2} \right]$$

Esercizio no.20 *Soluzione a pag.11*

$$y = \frac{x}{\sqrt{1 + x}} \qquad R\left[y' = \frac{2 + x}{2\sqrt{(1 + x)^3}} \right]$$

Esercizio no.21 *Soluzione a pag.11*

$$y = atg\left(\frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) \qquad R\left[y' = \frac{1}{2} \right]$$

Esercizio no.22 *Soluzione a pag.12*

$$y = x\sqrt{4 - x^2} \qquad R\left[y' = \frac{4 - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}} \right]$$

Esercizio no.23 *Soluzione a pag.12*

$$y=(\sin\sqrt{x}+2)^2$$

$$R\left[\ y'=\frac{\cos\sqrt{x}(\sin\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}}\ \right]$$

Esercizio no.24 *Soluzione a pag.12*

$$y=\sqrt[4]{\ln x^3}$$

$$R\left[\ y'=\frac{3}{4x\sqrt[4]{(\ln x^3)^3}}\ \right]$$

Esercizio no.25 *Soluzione a pag.12*

$$y=\ln\sqrt{x^2+2x+4}$$

$$R\left[\ y'=\frac{x+1}{x^2+2x+4}\ \right]$$

Esercizio no.26 *Soluzione a pag.13*

$$y=\ln^2\sqrt{x^2+4}$$

$$R\left[\ y'=\frac{2x\ln\sqrt{x^2+4}}{x^2+4}\ \right]$$

Esercizio no.27 *Soluzione a pag.13*

$$y=\ln^2 x-4\ln x+3$$

$$R\left[\ y'=\frac{2(\ln x-2)}{x}\ \right]$$

Esercizio no.28 *Soluzione a pag.13*

$$y=\ln x^2+\frac{x-1}{x}$$

$$R\left[\ y'=\frac{2x+1}{x^2}\ \right]$$

Esercizio no.29 *Soluzione a pag.13*

$$y=\frac{1-tg^2\frac{x}{2}}{1+tg^2\frac{x}{2}}$$

$$R\left[\ y'=\frac{2x+1}{x^2}\ \right]$$

Esercizio no.30 *Soluzione a pag.14*

$$y=\left(\frac{1}{x}\right)^x$$

$$R\left[\ y'=-\left(\frac{1}{x}\right)^x\cdot[\ln x+1]\ \right]$$

Esercizio no.1:soluzione

$y = x^3$

per la definizione di derivata: $y' = f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

per cui $y' = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{x^3} + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - \cancel{x^3}}{h}$ si ha

$$\lim_{h\to 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(3x^2 + 3xh + h^2)}{\cancel{h}} = 3x^2$$

a causa del fatto che 3xh ed h^2 tendono a zero per h tendente a zero.

Esercizio no.2:soluzione

$y = \frac{1}{x}$ per la definizione di derivata: $y' = f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$$y' = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{(x+h)} - \frac{1}{x}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{x-(x+h)}{hx(x+h)} = \lim_{h\to 0} \frac{x-x-h}{hx(x+h)} = \lim_{h\to 0} \frac{-\cancel{h}}{\cancel{h}x(x+h)} =$$

$$= -\lim_{h\to 0} \frac{1}{x(x+h)} = -\frac{1}{x^2}$$

Esercizio no.3:soluzione

$y = \ln(x+1)$

$$y' = \lim_{h\to 0} \frac{\ln(x+h+1) - \ln(x+1)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\ln\left(\frac{x+h+1}{x+1}\right)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\ln\left(1 + \frac{h}{x+1}\right)}{h}$$

eseguiamo la sostituzione $t = \frac{h}{1+x}$ da cui $h = t(1+x)$ con $t \to 0$ quando $h \to 0$

$$y' = \lim_{t\to 0} \frac{\ln(1+t)}{t(1+x)} = \frac{1}{(1+x)} \cdot \lim_{t\to 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = \frac{1}{(1+x)} \cdot 1 = \frac{1}{1+x}$$

Esercizio no.4:soluzione

$$y=\sqrt{x+2}$$

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h+2}-\sqrt{x+2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h+2}-\sqrt{x+2}}{h}\cdot\frac{(\sqrt{x+h+2}+\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x+h+2}+\sqrt{x+2})}$$

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{x+h+2-(x+2)}{h\cdot(\sqrt{x+h+2}+\sqrt{x+2})}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}+h+\cancel{2}-\cancel{x}-\cancel{2}}{h\cdot(\sqrt{x+h+2}+\sqrt{x+2})}$$

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}}{\cancel{h}\cdot(\sqrt{x+h+2}+\sqrt{x+2})}=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$

Esercizio no.5:soluzione

$$y=3x^2$$

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{3(x+h)^2-3x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3(x^2+2xh+h^2)-3x^2}{h}$$

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{3x^2}+6xh+3h^2-\cancel{3x^2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}3(2x+h)=6x$$

Esercizio no.6:soluzione

$$y=\frac{2}{x^2}$$

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2}{(x+h)^2}-\frac{2}{x^2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2x^2-2(x+h)^2}{x^2(x+h)^2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2x^2-2(x^2+2xh+h^2)}{hx^2(x+h)^2}$$

$$y'=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{2x^2}-\cancel{2x^2}-4xh-2h^2}{hx^2(x+h)^2}=\lim_{h\to 0}\frac{-2\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}x^2(x+h)^2}=\lim_{h\to 0}\frac{-2(2x+h)}{x^2(x+h)^2}=-\frac{4x}{x^4}=-\frac{4}{x^3}$$

Esercizio no.7:soluzione

$y = sin\, x$

Applicando la formula per la definizione di derivata

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{sin(x+h)-sin(x)}{h}$$

dalle formule di duplicazione si ha

$sin(\alpha+\beta)=sin\,\alpha\,cos\,\beta+cos\,\alpha\,sin\,\beta$ per cui

$$\lim_{h\to 0}\frac{sin(x+h)-sin(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{sin\,x\,cosh+cos\,x\,sinh-sin\,x}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{sin\,x(cosh-1)+cos\,x\,sinh}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{sin\,x(cosh-1)}{h}+\lim_{h\to 0}cos\,x\cdot\frac{sinh}{h}$$

ricordando i limiti notevoli $\lim_{h\to 0}\frac{sinh}{h}=1$ e $\lim_{h\to 0}\frac{1-cosh}{h}=0$ si ha:

$$\lim_{h\to 0}\frac{sin\,x(cosh-1)}{h}+\lim_{h\to 0}cos\,x\cdot\frac{sinh}{h}=0+cos\,x\cdot 1=cos\,x$$

Esercizio no.8:soluzione

$y=\sqrt{x}$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{(x+h)}-\sqrt{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{(x+h)}-\sqrt{x}}{h}\cdot\frac{\sqrt{(x+h)}+\sqrt{x}}{\sqrt{(x+h)}+\sqrt{x}}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h(\sqrt{(x+h)}+\sqrt{x})}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{(x+h)}+\sqrt{x})}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Esercizio no.9:soluzione

$y=e^x$ quindi $\lim_{h\to 0}\frac{e^{x+h}-e^x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{e^x e^h-e^x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{e^x(e^h-1)}{h}$

ricordando il limite notevole $\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=ln\,a$ si ha

$$\lim_{h\to 0}\frac{e^x(e^h-1)}{h}=e^x\,ln\,e=e^x\cdot 1=e^x$$

Esercizio no.10:soluzione

$$y=\frac{2x+1}{x} \qquad y'=\frac{2x-(2x+1)}{x^2}=-\frac{1}{x^2}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2(x+h)+1}{(x+h)}-\frac{2x+1}{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{2x(x+h)+x-(2x+1)(x+h)}{x(x+h)}}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{2x^2+2xh+x-(2x^2+2xh+x+h)}{hx(x+h)}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{2x^2}+\cancel{2xh}+\cancel{x}-\cancel{2x^2}-\cancel{2xh}-\cancel{x}-h)}{hx(x+h)}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{-h}{hx(x+h)}=-\frac{1}{x^2}$$

Esercizio no.11:soluzione

$$y=\frac{1}{4}x^4+x^3+\frac{3}{2}x^2+x$$

per la regola di derivazione: $D\left[x^n\right]=n\cdot x^{n-1}$

$$y'=\frac{1}{4}4x^3+3x^2+\frac{3}{2}2x+1=x^3+3x^2+3x+1=(x+1)^3$$

Esercizio no.12:soluzione

$$y=x\sin x+\cos x$$

per la regola di derivazione: $D\left[f(x)\cdot g(x)\right]=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

$D[x\sin x]=\sin x+x\cos x$ mentre è $D[\cos x]=-\sin x$ quindi

$$y'=\sin x+x\cos x-\sin x \quad\rightarrow\quad y'=x\cos x$$

Esercizio no.13:soluzione

$$y=x-\sin x\cos x$$

per la regola di derivazione: $D\left[f(x)\cdot g(x)\right]=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ si ha:

$D\left[\sin x\cos x\right]=\cos x\cos x-\sin x\sin x=\cos^2 x-\sin^2 x$ essendo $D\left[x\right]=1$ si ha

$$y'=1-\cos^2 x+\sin^2 x=\sin^2 x+\sin^2 x=2\sin^2 x$$

Esercizio no.14:soluzione

$y = x(\ln x - 1)$

sempre per la regola di derivazione: $D\left[f(x) \cdot g(x) \right] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

ricordando che $D[\ln x] = \frac{1}{x}$ avremo:

$y' = (\ln x - 1) + \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} = \ln x$

Esercizio no.15:soluzione

$y = \frac{x+2}{x-2}$ per la regola di derivazione: $D\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

$$y' = \frac{1 \cdot (x-2) - 1 \cdot (x+2)}{(x-2)^2} = \frac{x-2-x-2}{(x-2)^2} = -\frac{4}{(x-2)^2}$$

Esercizio no.16:soluzione

$$y = x^2 - \frac{6x^2 + 7x - 3}{2x+3}$$

abbiamo per la regola $D\left[x^n \right] = n \cdot x^{n-1}$ avremo $D\left[x^2 \right] = 2x$

per la regola di derivazione: $D\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

$$D\left[\frac{6x^2 + 7x - 3}{2x+3} \right] = \frac{(12x+7)(2x+3) - 2(6x^2 + 7x - 3)}{(2x+3)^2} =$$

$$= \frac{24x^2 + 36x + \cancel{14x} + 21 - \cancel{12x^2} - 14x + 6}{(2x+3)^2} = \frac{12x^2 + 36x + 27}{(2x+3)^2} = \frac{3(4x^2 + 12x + 9)}{(2x+3)^2}$$

notando che $(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

$D\left[\frac{6x^2 + 7x - 3}{2x+3} \right] = \frac{3\cancel{(2x+3)^2}}{\cancel{(2x+3)^2}}$ per cui: $y' = 2x - 3$

Esercizio no.17:soluzione

$$y = \frac{\sqrt{x}}{2x}$$

sempre per la regola $D\left[x^n\right] = n \cdot x^{n-1}$

avremo $D\left[\sqrt{x}\right] = D\left[x^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{1}{2}x^{(1/2-1)} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$y' = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 2x - 2 \cdot \sqrt{x}}{(2x)^2} = \frac{\frac{2x-4x}{2\sqrt{x}}}{4x^2} = \frac{-2x}{8x^2\sqrt{x}} = -\frac{1}{4x\sqrt{x}}$$

Esercizio no.18:soluzione

$$y = ln\frac{1-x}{1+x}$$

per la derivata di una funzione di funzione $D\left[g(f(x))\right] = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

$$y' = \frac{1}{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \frac{-1(1+x)-1(1-x)}{(1+x)^2} = \frac{\cancel{(1+x)}}{(1-x)} \cdot \frac{(-1-\cancel{x}-1+\cancel{x})}{(1+x)^{\cancel{2}}}$$ avremo:

$$y' = \frac{-2}{(1-x)(1+x)} = -\frac{2}{1-x^2}$$

Esercizio no.19:soluzione

$$y = ln(x^4 + 4x^2 + 2)$$

per la derivata di una funzione di funzione $D\left[g(f(x))\right] = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

$$y' = \frac{1}{x^4 + 4x^2 + 2} \cdot (4x^3 + 8x)$$

Esercizio no.20:soluzione

$$y=\frac{x}{\sqrt{1+x}}$$

per la regola di derivazione del rapporto fra due funzioni: $D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

$$y'=\frac{\sqrt{1+x}-\frac{1}{2}(1+x)^{-\frac{1}{2}}\cdot x}{1+x}=\frac{\sqrt{1+x}-\frac{x}{2\sqrt{1+x}}}{1+x}=\frac{\frac{2(1+x)-x}{2\sqrt{1+x}}}{1+x}$$

$$y'=\frac{2+2x-x}{2\sqrt{(1+x)^3}}=\frac{2+x}{2\sqrt{(1+x)^3}}$$

Esercizio no.21:soluzione

$$y=atg\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)$$

ricordandosi che $D\,[atgx]=\frac{1}{1+x^2}$

applicando la regola di derivazione di una funzione di funzione e del rapporto fra due funzioni:

$$y'=\frac{1}{1+\left(\frac{\sin x}{1+\cos x}\right)^2}\cdot\frac{\cos x(1+\cos x)+\sin x\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

$$y'=\frac{(1+\cos x)^2}{(1+\cos x)^2+\sin^2 x}\cdot\frac{\cos x(1+\cos x)+\sin x\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

$$y'=\frac{1}{1+2\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x}\cdot\left[\cos x+\cos^2 x+\sin^2 x\right]$$

ricordandosi che $\sin^2 x+\cos^2 x=1$ otteniamo:

$$y'=\frac{1}{1+2\cos x+1}\cdot\left[\cos x+1\right]=\frac{1}{(2+2\cos x)}\cdot\left[\cos x+1\right]$$

$$y'=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\cancel{(1+\cos x)}}\cdot\cancel{(1+\cos x)}\quad\rightarrow\quad y'=\frac{1}{2}$$

Esercizio no.22:soluzione

$$y = x\sqrt{4 - x^2}$$

Dalla regola della derivata del prodotto fra funzioni:

$$D\left[f(x) \cdot g(x) \right] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$y' = \sqrt{4 - x^2} + x \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{4 - x^2}} \cdot (-\cancel{2}x) = \frac{(4 - x^2) - x^2}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{4 - 2x^2}{\sqrt{4 - x^2}}$$

Esercizio no.23:soluzione

$$y = (\sin\sqrt{x} + 2)^2$$

$$y = (\sin\sqrt{x} + 2)^2 = \sin^2\sqrt{x} + 4\sin\sqrt{x} + 4$$

$$y' = \cancel{2}\sin\sqrt{x} \cdot \cos\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}} + \overset{2}{\cancel{4}}\cos\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}} = \frac{\cos\sqrt{x}(\sin\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}}$$

Esercizio no.24:soluzione

$y = \sqrt[4]{\ln x^3}$ quindi $y = \sqrt[4]{\ln x^3} = \left[\ln x^3 \right]^{\frac{1}{4}}$

$$y' = \frac{1}{4}\left[\ln x^3 \right]^{\left(\frac{1}{4} - 1\right)} \cdot \left(\frac{1}{x^3} \right) \cdot 3x^2 = \frac{3}{4x} \cdot \left[\ln x^3 \right]^{-\frac{3}{4}} = \frac{3}{4x\sqrt[4]{(\ln x^3)^3}}$$

Esercizio no.25:soluzione

$$y = \ln\sqrt{x^2 + 2x + 4}$$

$$y = \ln(x^2 + 2x + 4)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \quad y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[x^2 + 2x + 4 \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot (2x + 2) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} \cdot 2(x + 1)$$

$$y' = \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 4}$$

Esercizio no.26:soluzione

$y = ln^2 \sqrt{x^2+4}$ per cui $y = \left[ln(x^2+4)^{1/2} \right]^2$

$$y' = \cancel{2} ln \sqrt{x^2+4} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x^2+4}} \cdot (2x) = \frac{2x \, ln \sqrt{x^2+4}}{x^2+4}$$

Esercizio no.27:soluzione

$$y = ln^2 x - 4 \, ln \, x + 3$$

$$y' = 2 \, ln \, x \cdot \frac{1}{x} - \frac{4}{x} = \frac{2 \, ln \, x - 4}{x} = \frac{2(ln \, x - 2)}{x}$$

Esercizio no.28:soluzione

$$y = ln \, x^2 + \frac{x-1}{x}$$

$$y' = \frac{1}{x^2} \cdot (2x) + \frac{x-(x-1)}{x^2} = \frac{2x + x - (x-1)}{x^2} = \frac{2x+1}{x^2}$$

Esercizio no.29:soluzione

$$y = \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}$$

usiamo la regola di derivazione: $D\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

osservando come per le formule parametriche $cos \, x = \frac{1 - tg^2 \frac{x}{2}}{1 + tg^2 \frac{x}{2}}$ avremo :

$$y = cos \, x \quad \rightarrow \quad y' = -sin \, x$$

Esercizio no.30:soluzione

$y=\left(\frac{1}{x}\right)^{x}$ Dalla formula di derivazione di una funzione composta:

$$D\left[f(x)\right]^{g(x)}=\left[f(x)\right]^{g(x)}\cdot\left[g'(x)\ln f(x)+\frac{g(x)f'(x)}{f(x)}\right]$$

ponendo $f(x)=\frac{1}{x}$ e $g(x)=x$

$$y'=\left(\frac{1}{x}\right)^{x}\cdot\left[\ln\frac{1}{x}+\frac{x\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{\frac{1}{x}}\right]=\left(\frac{1}{x}\right)^{x}\cdot\left[\ln\frac{1}{x}-1\right]=\left(\frac{1}{x}\right)^{x}\cdot\left[-\ln x-1\right]=-\left(\frac{1}{x}\right)^{x}\cdot\left[\ln x+1\right]$$